

# (高エネルギー重イオン衝突における) ハドロン・ストレンジネス物理

京大基研 大西 明

チュートリアル研究会

「高エネルギー重イオン衝突の物理:基礎・最先端・課題・展望」

2019年8月19日(月) ~ 21日(水)

理化学研究所(和光地区)・大河内記念ホール



# 重イオン衝突でハドロン・ストレンジネス物理？

- 「あり」では無いでしょうか？
  - 多くのハドロン (1000-10000) が同時に生成される  
→ ハドロン工場
  - ハドロン生成量は統計模型でほぼ記述できる  
→ 生成過程が (複雑すぎて) 単純
- ハドロン・ストレンジネス物理の課題
  - クォーク (・グルーオン) から見たハドロンの構造  
→ エキゾチック・ハドロンの性質は？
  - ハドロン間の相互作用  $\Lambda N, \Sigma N, \Lambda\Lambda, \Xi N, \dots$   
→ 散乱実験は難しい。ハイパー核以外の測定方法は？  
(重陽子以外の) ダイバリオンは存在するか？
  - 媒質中のハドロンの性質  
→ 質量・幅の変化

ハドロン・ストレンジネス物理の課題のいくつかについて  
重イオン衝突から情報が得られる可能性あり



# 目次

- Introduction
- 相関関数と相互作用
  - 相関関数によるサイズ測定
  - 低エネルギー S 波散乱と散乱パラメータ
  - 相関関数からハドロン間相互作用へ
- ハドロン・ハドロン相関関数
  - エキゾチック・ハドロンとハドロン分子状態
  - $\Omega_p$  相関関数と  $\Omega_N$  ダイバリオン
  - $\Lambda\Lambda$  &  $\Xi^-p$  相関関数と H ダイバリオン (時間があれば)
  - $K^-p$  相関関数と  $\Lambda(1405)$  (時間があれば)
- まとめ

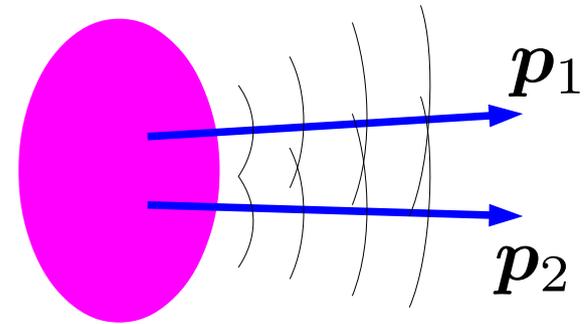
---

# 相関関数と相互作用

# 2粒子運動量相関関数

## ■ 粒子の放出点分布関数

$$N_i(\mathbf{p}) = \int d^4x S_i(x, \mathbf{p})$$



## ■ 2粒子運動量分布

- 2粒子が独立に作られ、終状態の波動関数で相関が作られるとする。

$$N_{12}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) \simeq \int d^4x d^4y S_1(x, \mathbf{p}_1) S_2(y, \mathbf{p}_2) \underbrace{|\Psi_{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2}(x, y)|^2}_{\text{2 粒子 w.f.}}$$

$$\simeq \int d^4x d^4y S_1(x, \mathbf{p}_1) S_2(y, \mathbf{p}_2) \underbrace{|\varphi_q(\mathbf{r})|^2}_{\text{相対波動関数}}$$

## ■ 相関関数

相対波動関数

$$C(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \frac{N_{12}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)}{N_1(\mathbf{p}_1)N_2(\mathbf{p}_2)} \simeq \int d\mathbf{r} S_{12}(\mathbf{r}) |\varphi_q(\mathbf{r})|^2$$

# 2粒子運動量相関関数

- 例：同種自由ボソン ( $J=0$ )、ガウス型放出関数、同時刻、非相対論
  - 重心・相対座標を分離して考える。

$$S(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \propto \exp \left[ -\frac{\mathbf{x}^2}{2R^2} - \frac{\mathbf{p}^2}{2MT} \right]$$

$$S(\mathbf{x}, \mathbf{p}_1) S(\mathbf{y}, \mathbf{p}_2) \propto \exp \left[ -\frac{R_{\text{cm}}^2}{R^2} - \frac{\mathbf{r}^2}{4R^2} - \frac{\mathbf{P}^2}{4MT} - \frac{\mathbf{q}^2}{2\mu T} \right]$$

$$\Psi_{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \propto \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ e^{i\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{x} + i\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{y}} + e^{i\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{y} + i\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{x}} \right]$$

$$= e^{i\mathbf{P} \cdot \mathbf{R}_{\text{cm}}} \times \sqrt{2} \cos \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}$$

- 相関関数

$$C(\mathbf{q}) = (4\pi R^2)^{-3/2} \int d\mathbf{r} \exp \left[ -\frac{\mathbf{r}^2}{4R^2} \right] 2 \cos^2 \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}$$

$$= 1 + \exp(-4q^2 R^2)$$

相関関数から粒子放出源のサイズが分かる！

# 相関関数の適用例(1) : 星の半径

## ■ 2光子の強度相関

*Hanbury Brown & Twiss, Nature 10 (1956), 1047.*

- 2 photon の同時観測確率は 1 photon 観測確率の積よりも大きい  
→ シリウスの視直径は 6.3 ミリ秒  
[ 最近の測定 (Wikipedia)  $5.936 \pm 0.016$  ミリ秒 ]

A TEST OF A NEW TYPE OF STELLAR INTERFEROMETER ON SIRIUS

By R. HANBURY BROWN

Jodrell Bank Experimental Station, University of Manchester

AND

DR. R. Q. TWISS

Services Electronics Research Laboratory, Baldock

NATURE November 10, 1956 Vol. 178

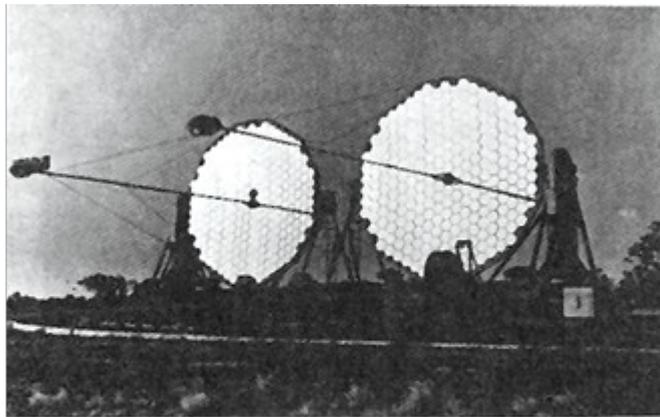


Figure 2. Picture of the two telescopes used in the HBT experiments. The figure was extracted from Ref.[1].

*HBP telescope (from Goldhaber, ('91))*

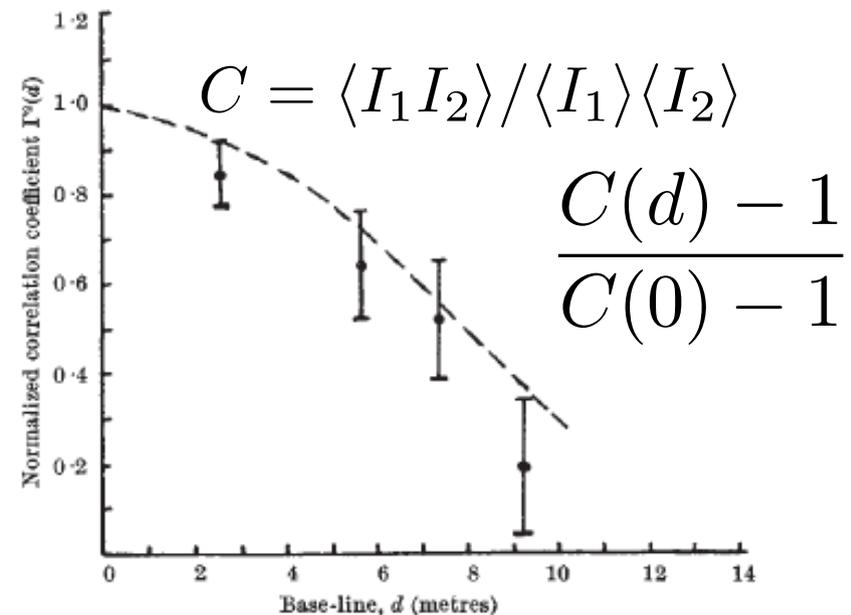


Fig. 2. Comparison between the values of the normalized correlation coefficient  $\Gamma^2(d)$  observed from Sirius and the theoretical values for a star of angular diameter  $0.0063''$ . The errors shown are the probable errors of the observations

*HBT ('56)*

# Two particle intensity correlation

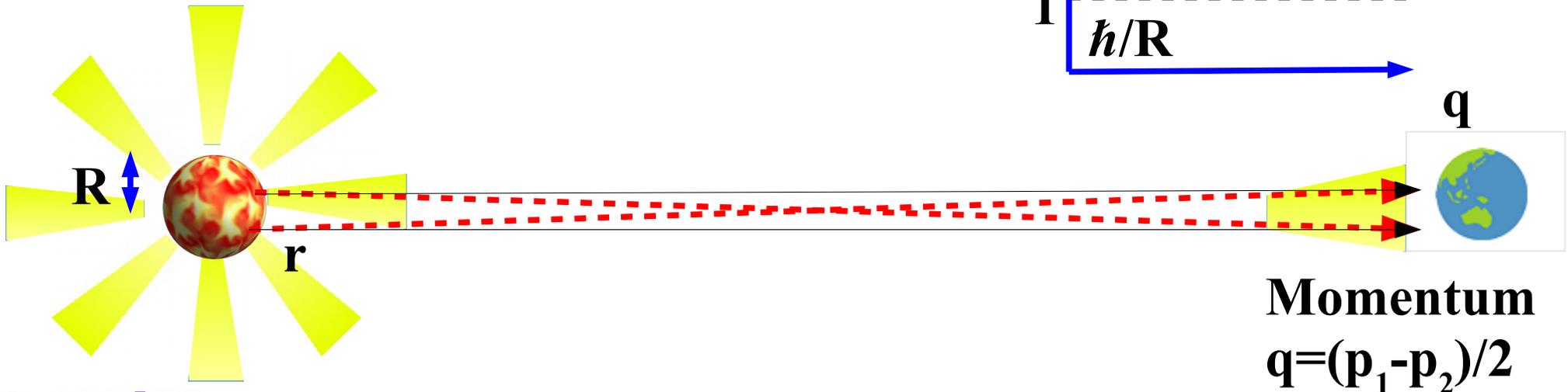
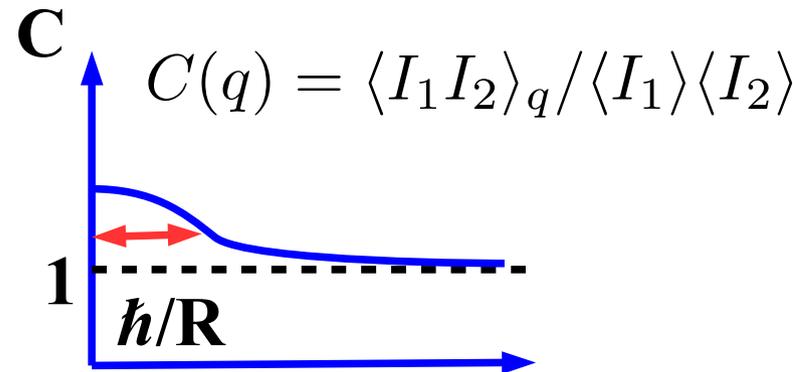
## Wave function symmetrization from quantum statistics

$$C(\mathbf{q}) = \int d^3r S(\mathbf{q}, \mathbf{r}) \left| \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} + e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}) \right|^2 \simeq \underline{1 + \exp(-4q^2 R^2)}$$

Source fn.  
( $\mathbf{r}$ =relative coordinate)  
(symmetrized w.f.)<sup>2</sup>

Static spherical source case

→ Small relative momenta are favored due to symmetrization of the relative wave function.

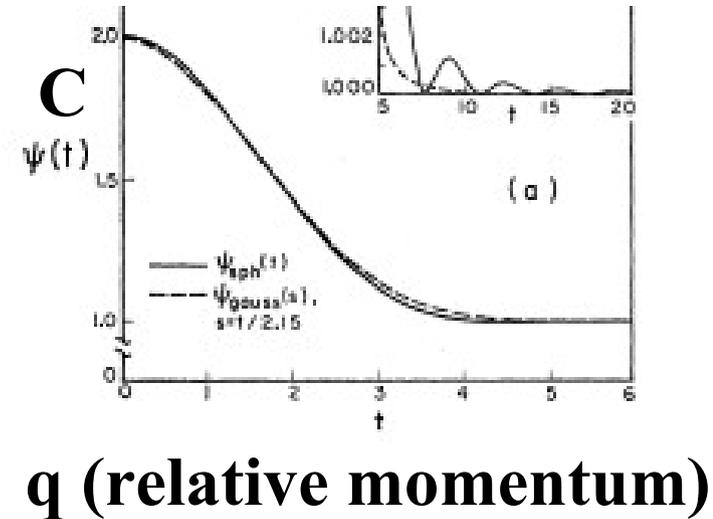


# 相関関数の適用例(2) : 反応領域の大きさ

## ■ 2パイオン相関関数

*G. Goldhaber, S. Goldhaber, W. Lee, A. Pais, Phys. Rev. 120 (1960), 300*

- 相対運動量が小さい領域で2パイオン観測確率は増加  
→ パイン粒子源サイズ  $\sim 0.75 \hbar / \mu c$



PHYSICAL REVIEW

VOLUME 120, NUMBER 1

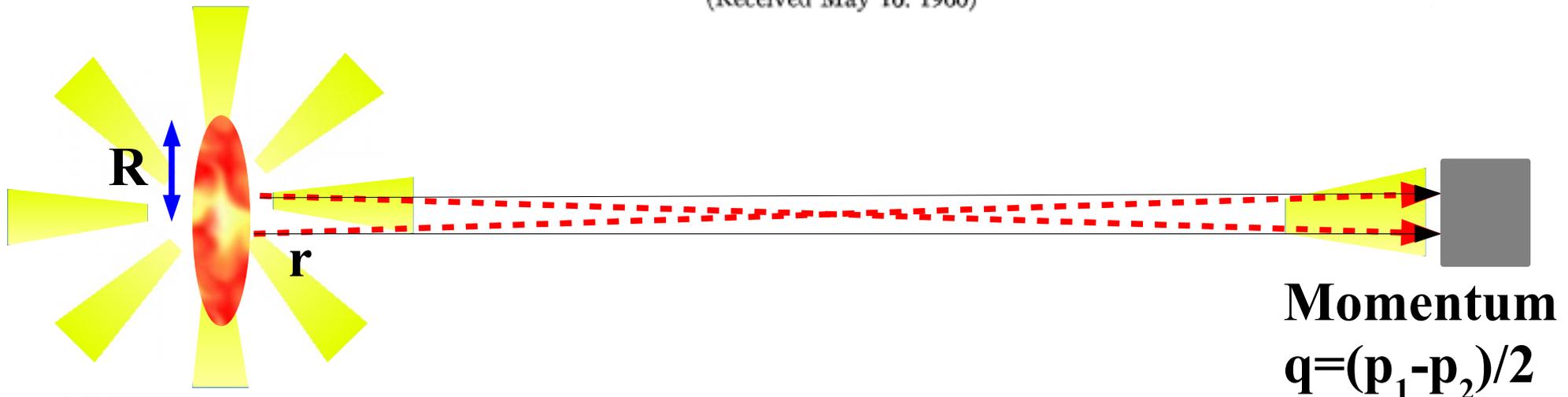
OCTOBER 1, 1960

## Influence of Bose-Einstein Statistics on the Antiproton-Proton Annihilation Process\*

GERSON GOLDHABER, SULAMITH GOLDHABER, WONYONG LEE, AND ABRAHAM PAIS†

Lawrence Radiation Laboratory and Department of Physics, University of California, Berkeley, California

(Received May 16, 1960)



# 相関関数の逆の使い方

- HBT, GGLP: データ+波動関数 → 粒子源のサイズ  
逆の使い方: データ+粒子源のサイズ → 波動関数

波動関数がわかれば、相互作用の情報が得られる！  
→ 重イオン衝突からハドロン間相互作用へ

- 波動関数へのハドロン間力の影響
  - s 波 (L=0) のみに働くと仮定。重心波動関数は変わらない。
  - 異種粒子、ガウス型放出源の場合、

$$\varphi_{\mathbf{q}}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} - j_0(qr) + \chi_{\mathbf{q}}(r)$$

$$\rightarrow C(\mathbf{q}) = \int d\mathbf{r} S(r) |\varphi_{\mathbf{q}}(\mathbf{r})|^2$$

$$= 1 + \int d\mathbf{r} S(r) \{ |\chi_{\mathbf{q}}(r)|^2 - |j_0(qr)|^2 \}$$

相関関数は(粒子源関数領域の)波動関数の盛り上がりを見る。

# しきい値近辺の波動関数 (S-wave, 引力)

## ■ 低エネルギーでの波動関数と位相差

$$u(r) = qr\chi_q(r) \rightarrow \sin(qr + \delta(q))$$

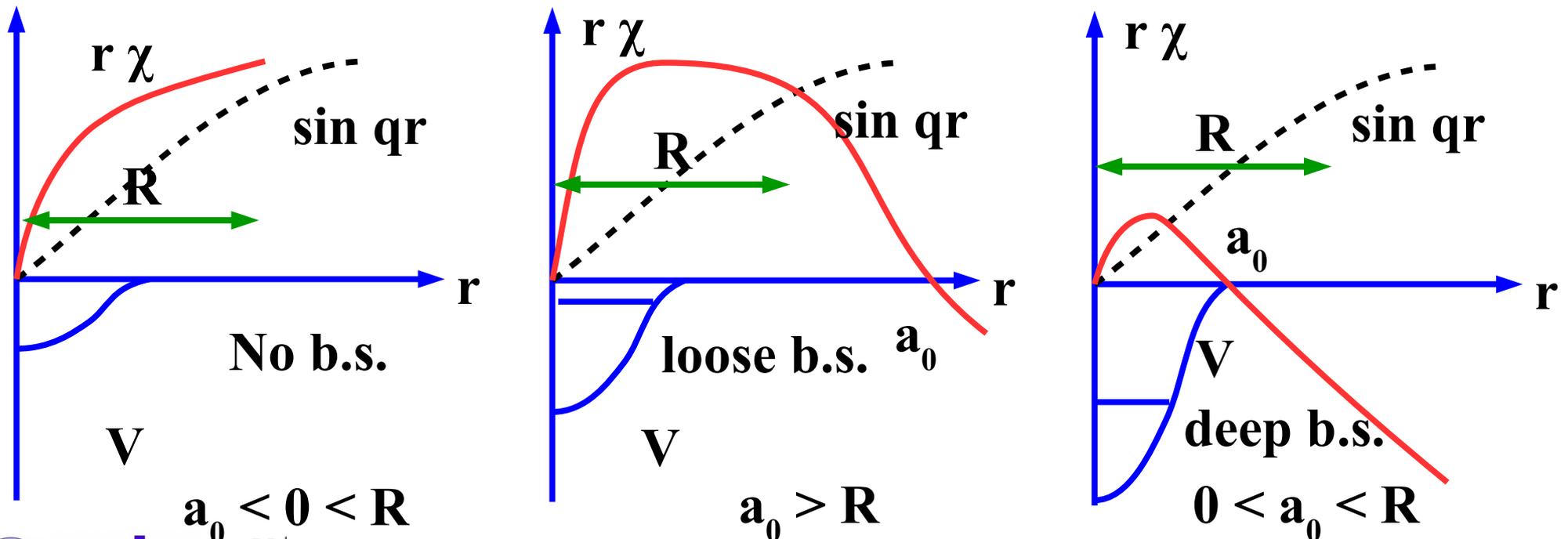
$$q \cot \delta = -\frac{1}{a_0} + \frac{1}{2}r_{\text{eff}}q^2 + \mathcal{O}(q^4) \quad (\delta \sim -a_0q)$$

$a_0$  = 散乱長

$r_{\text{eff}}$  = 有効レンジ

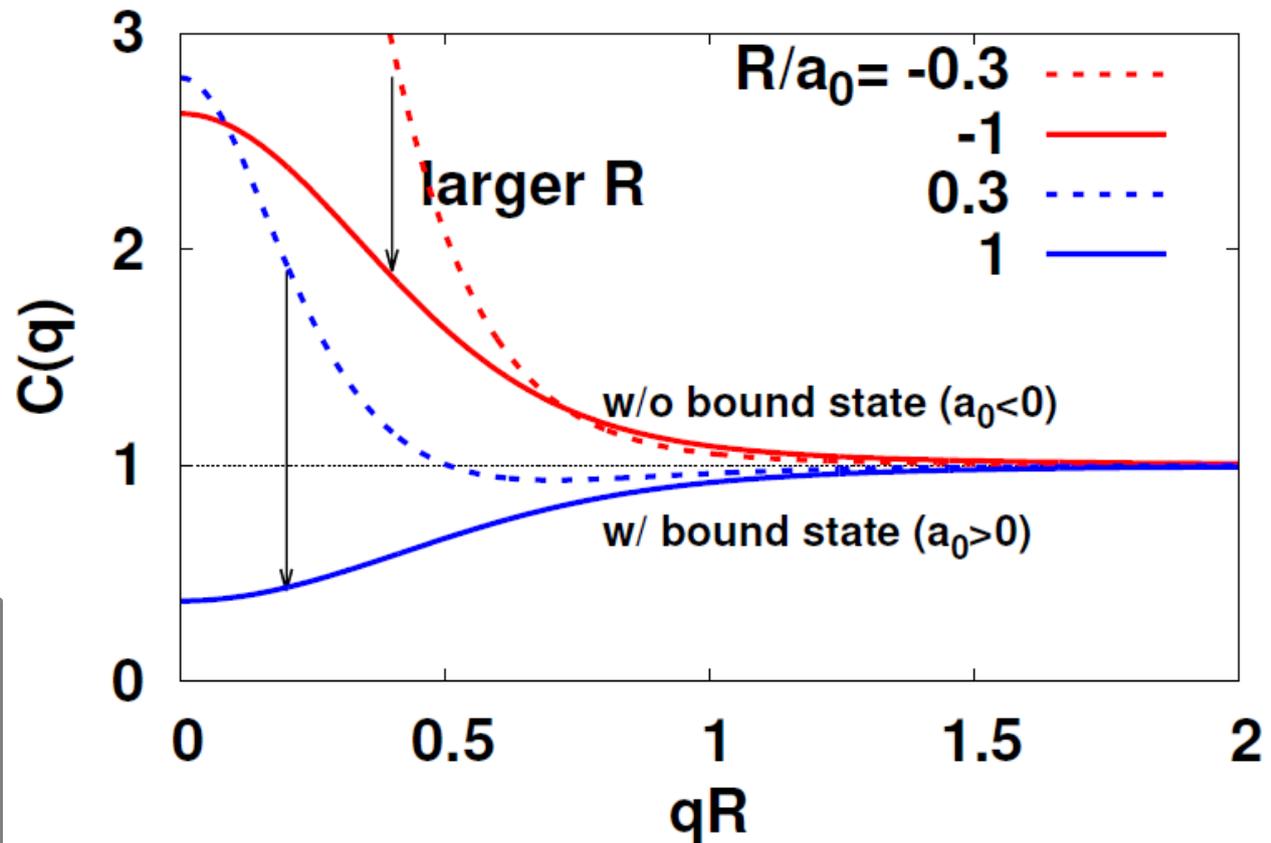
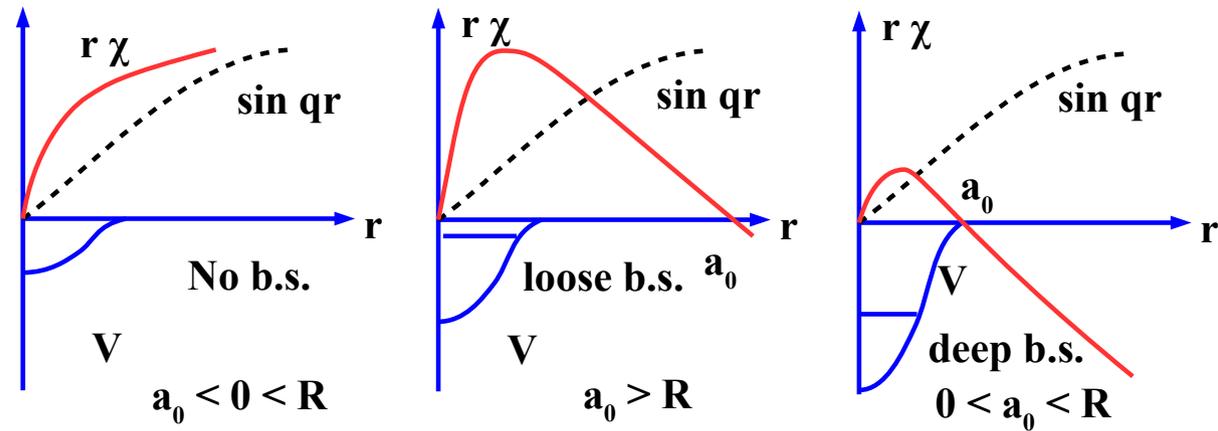
## ■ 引力があると波動関数の立ち上がりは早い

- 束縛状態なし ( $a_0 < 0$ ) → 小さな  $q$  では wf は大きなまま
- 束縛状態あり ( $a_0 > 0$ ) →  $r=a_0$  近辺で節をもつ (束縛状態 wf と直交)



# ハドロン相関関数からハドロン間相互作用へ

- 大きな散乱長 ( $|a_0| > R$ )  
→ 大きな  $C(q)$
- 束縛状態あり  
( $a_0 > 0, |a_0| \sim R$ )  
→  $C(q) < 1$  の領域
- 束縛状態なし  
( $a_0 < 0, |a_0| \sim R$ )  
→  $C(q) > 1$



相関関数は  
 $R/a_0$  に強く依存



---

# ハドロン・ハドロン相関関数

# ハドロン物理の一つの話題: ハドロン分子状態

## ■ ダイバリオン

- パウリ排他率が効かず、カラー磁気相互作用が引力の場合  
ダイバリオン ( $B=2$  の束縛状態) が現れる可能性大

*Oka ('88), Gal ('16)*

- 例:  $d^*(=\Delta\Delta)$ ,  $N\Sigma^*$ ,  $H(=\Lambda\Lambda-N\Xi-\Sigma\Sigma)$ , ...,  $N\Omega$

## ■ ペンタクォーク ( $qqqq\bar{q}$ )

- コンパクトペンタクォーク状態 or メソン・バリオン束縛状態 ?

- $\Lambda(1405) \sim \bar{K}N$  bound state

*Dalitz, Wong, Rajasekaran ('67), Siegel, Weise ('88), Koch ('94),  
AO, Nara, Koch ('97), Akaishi, Yamazaki, Jido, Hyodo, ...*

## ■ スカラーメソンの謎

- $f_0(980)$ ,  $a_0(980)$ ,  $K(1460)$ ,  $D_s(2317)$ ,  $T_{cc}(3797)$ ,  $X(3872)$ ,  $Z(4430)$ , ...

さて、ハドロンが束縛しているかどうか、  
相関関数から調べてみましょう。

# $\Omega p$ 相関と $\Omega N$ ダイバリオン

- $\Omega^-$  : クォーク組成 sss,  $J\pi=3/2^+$ ,  $M=1672$  MeV
- $\Omega N$  は束縛状態 ( $S=-3$  ダイバリオン) を作るか？

- パウリ原理が働かず、  
カラー磁気相互作用が引力  
( $\Omega N$ ,  $H=uuddss$ , and  $d^*=\Delta\Delta$  channels)

*Goldman+ ('87), Oka ('88), Gal ('16)*

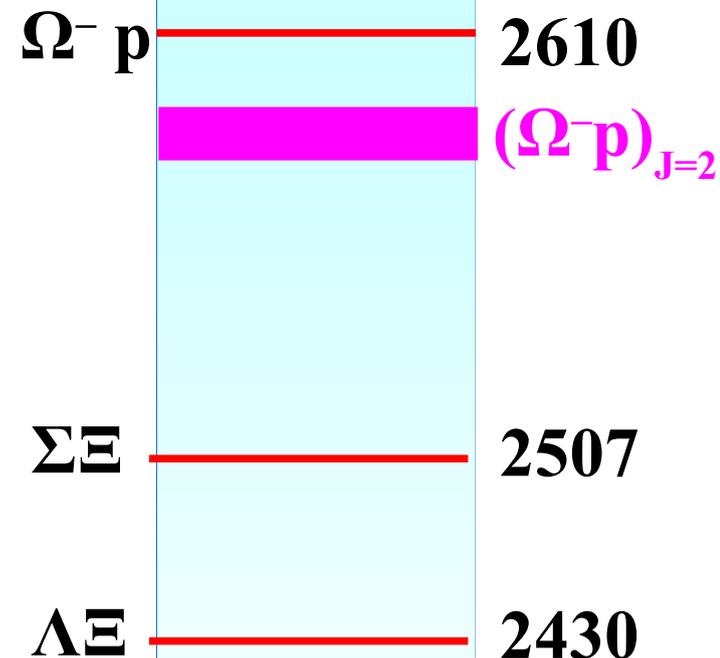
- 格子 QCD 計算からも束縛を予言  
 $J=2$  状態 ( ${}^5S_2$ ) は 8 重項 - 8 重項状態との  
結合が  $L \geq 2$  のみ  $\rightarrow$  幅の狭い共鳴

*Etminan+ (HAL QCD) ('14),*

*Iritani+ (HAL QCD) ('19)*

- 相関関数が測定可能！

*Adam+ (STAR) ('19), ALICE, in prep.*



重陽子以来最初の & ストレンジネスを含む最初の  
ダイバリオンが見つかるか？

# 格子 QCD からの $\Omega N$ ポテンシャル

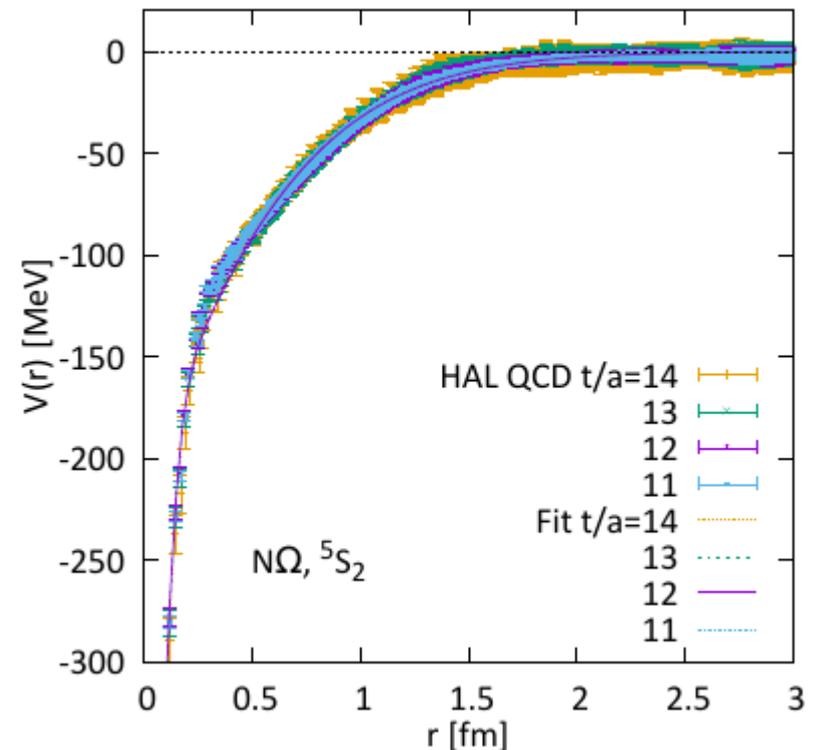
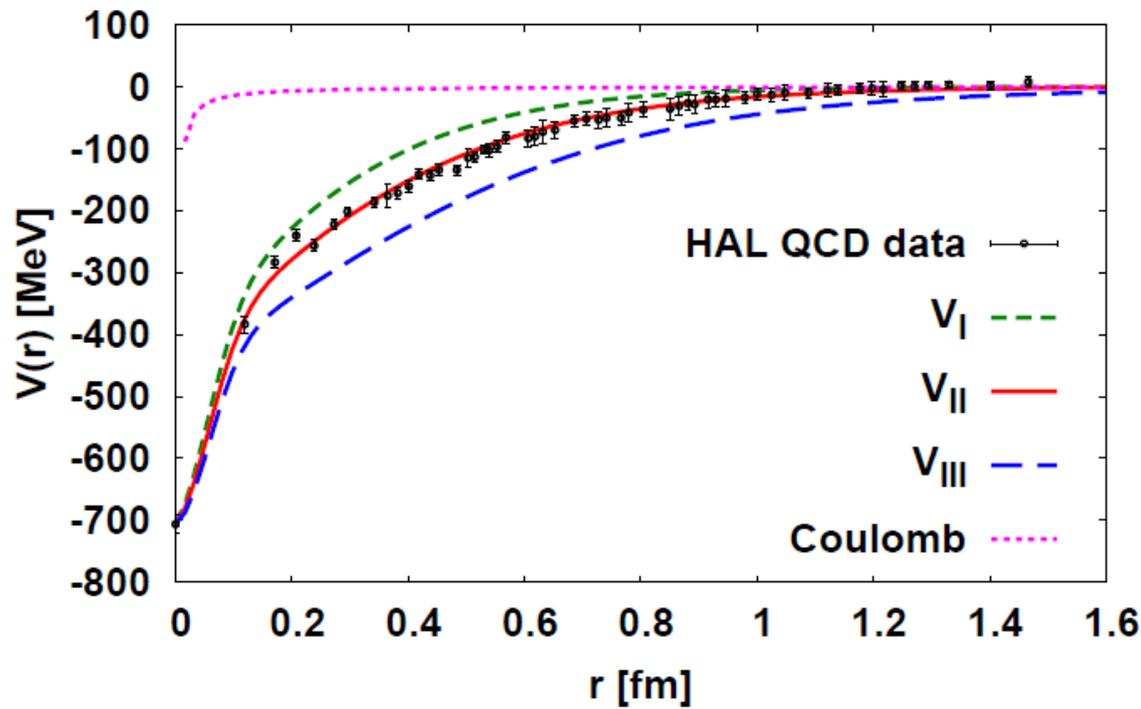
## ■ HAL QCD 法による $\Omega N$ ポテンシャル ( $J=2$ )

- $m_\pi=875$  MeV, B.E.~ 19 MeV

*F. Etminan et al. (HAL QCD Collab.), NPA928('14)89.*

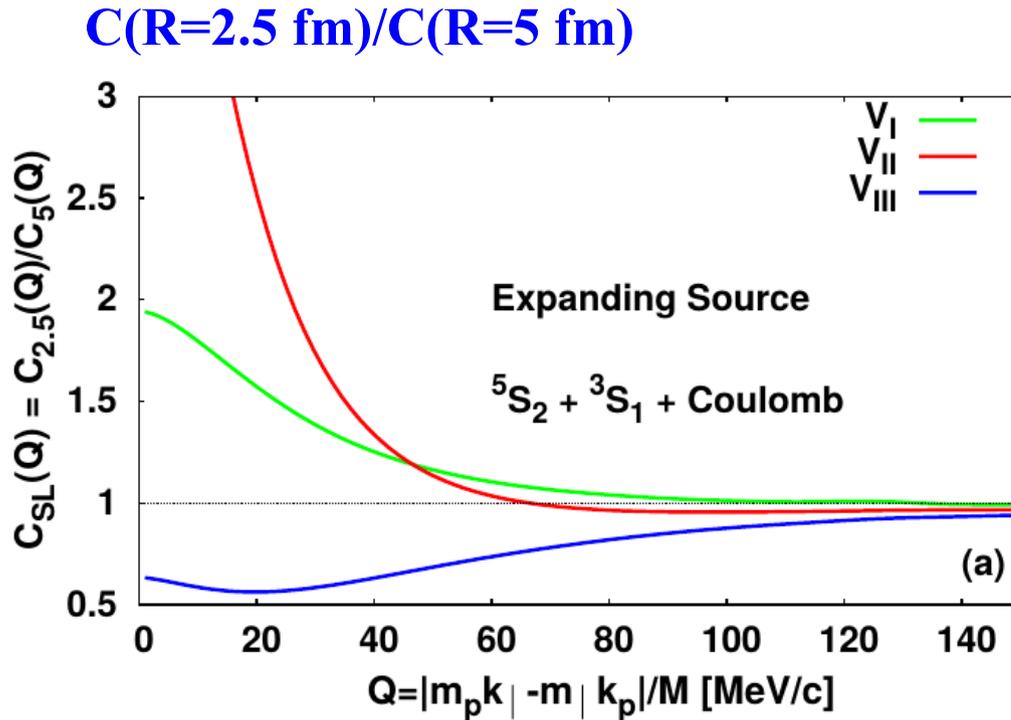
- $m_\pi=146$  MeV, B.E.~ 2.2 MeV

*T. Iritani et al. (HAL QCD Collab.), PLB 792('19)284.*



# STAR データとの比較

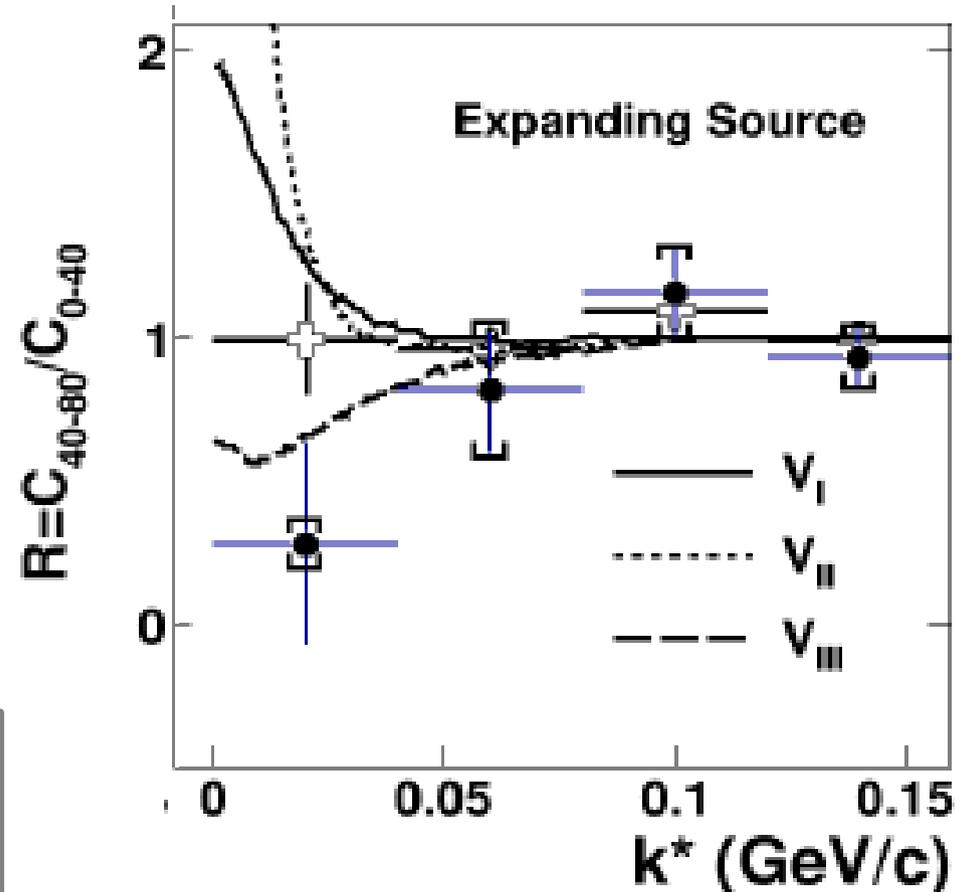
- クーロン引力による効果を取り除くため、  
 小さな R(クーロン効果小) と大きな R(クーロン力が主) の比をとる。  
 → 束縛状態がある場合に特徴的な相関関数の減少が見られる



*Morita, AO, Etminan, Hatsuda ('16)*

*We may have a dibaryon state  
 in  $\Omega N$  channel*

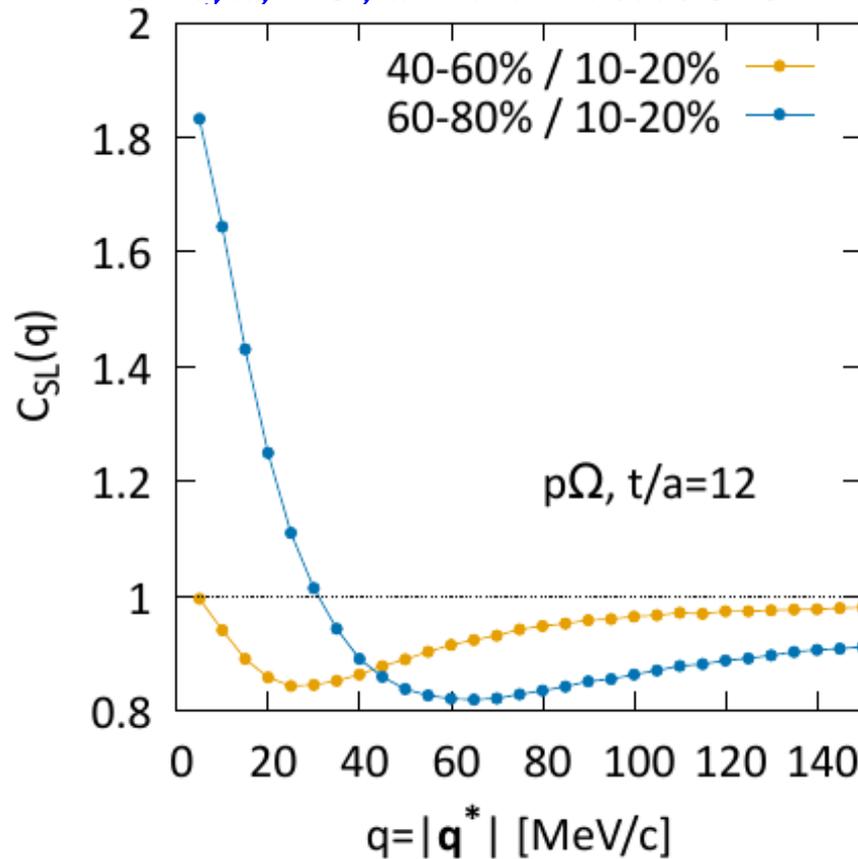
*STAR (1808.02511,  
 PLB790 ('19) 490)*



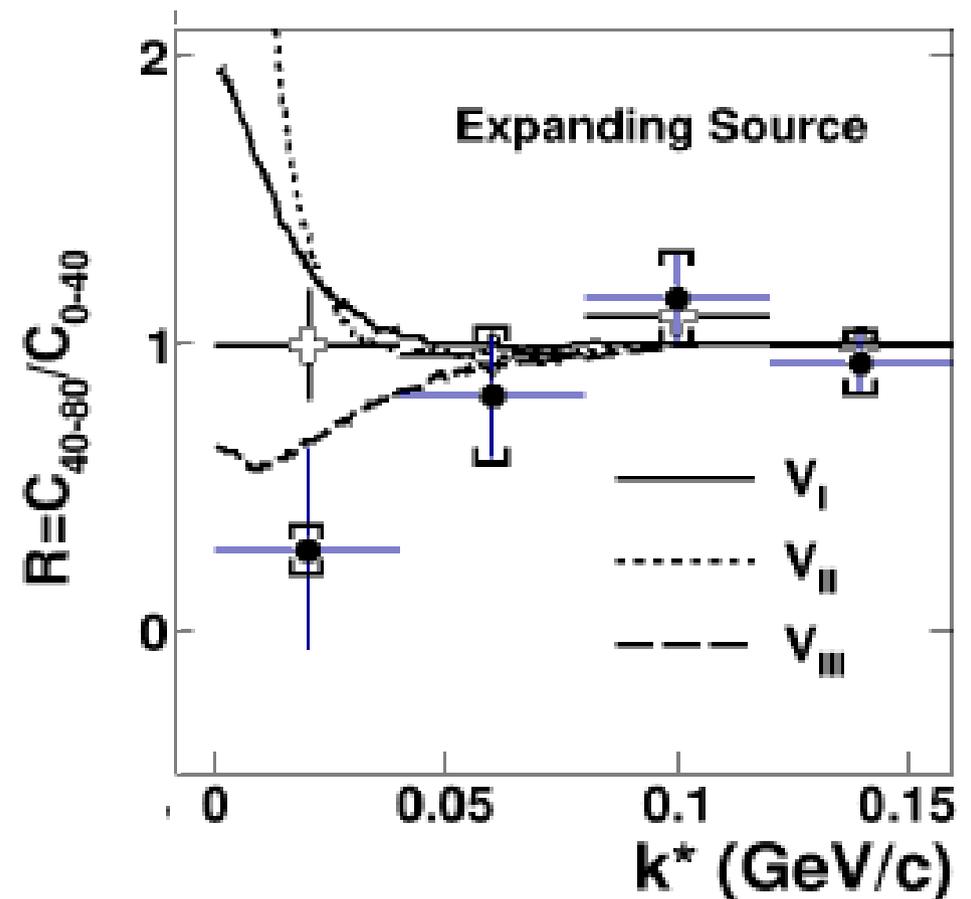
# STAR データとの比較

- Nearly physical quark mass でのポテンシャルを用いた結果

Morita, Gongyo, Hatsuda, Hyodo,  
Kamiya, AO, arXiv:1908.05414

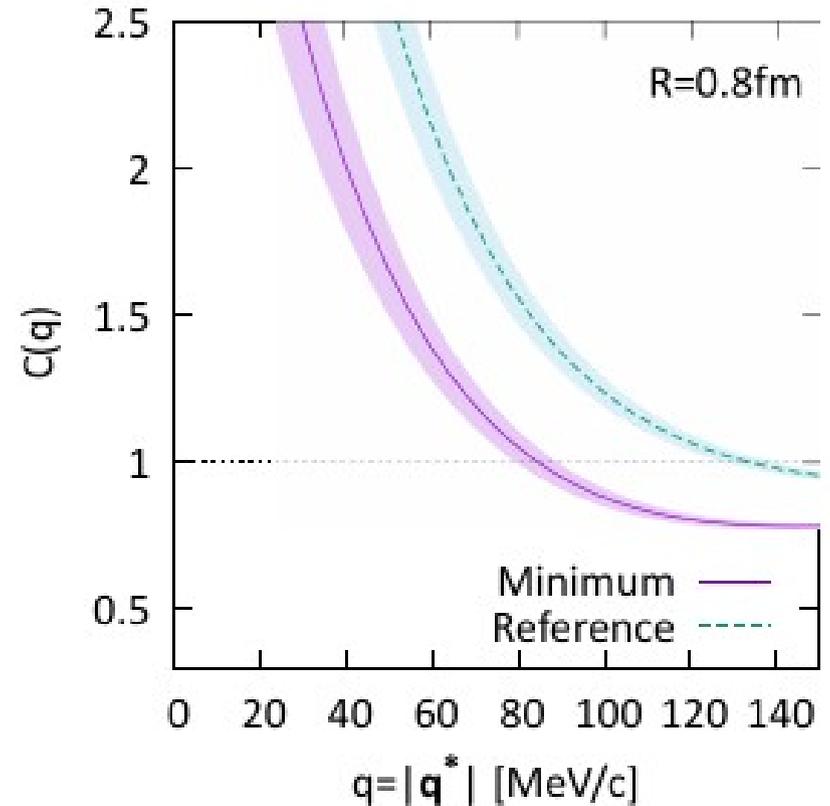
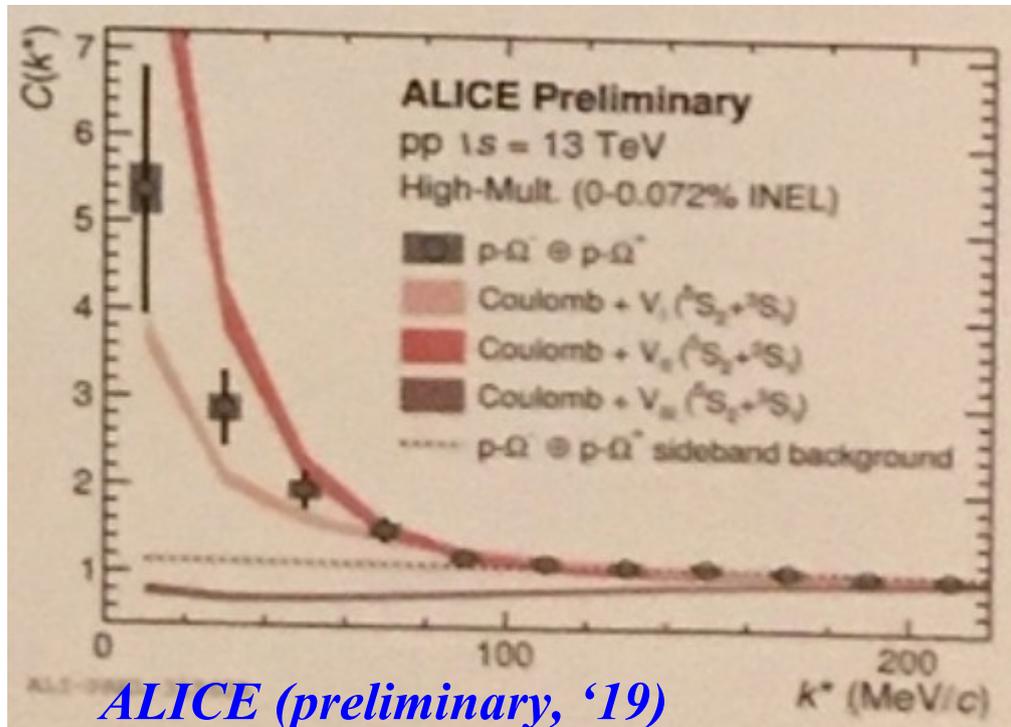


STAR (1808.02511,  
PLB790 ('19) 490)



# Preliminary ALICE データ

- pp 13 TeV high-multiplicity events in ALICE  
*O. Vázquez Doce et al. (ALICE), SQM2019 (poster)*
- 小さな R (R=0.72 fm)、小さな q で大きく増大  
→ STAR データ (R~2 fm、小さな q で減少) と合わせると、ゆるい束縛状態の存在を強く示唆。



*Morita+, arXiv:1908.05414*

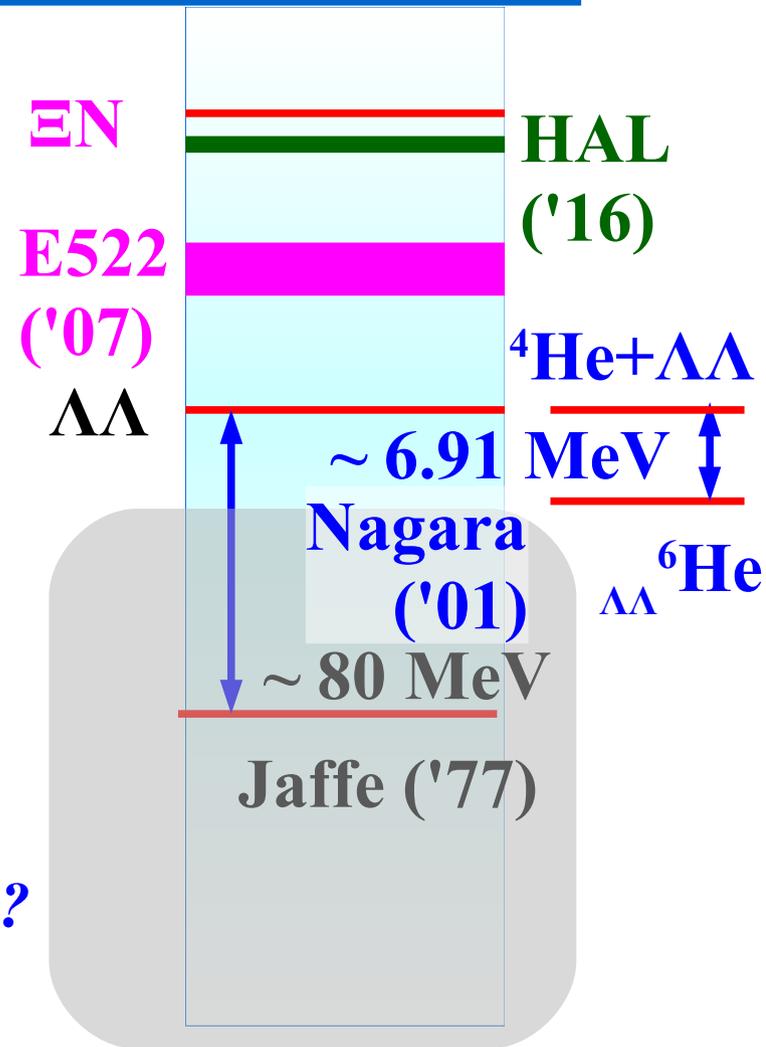
# まとめ

- 高エネルギーの原子核衝突は多くのハドロンを同時に生成するハドロン工場であり、ハドロン・ストレンジネス物理にも使える。
- ハドロン相関は衝突領域の粒子放出源の大きさを測るために用いられてきた。放出源の性質がわかっているならば、ハドロン間相互作用研究に用いることができる。
- 特に低運動量領域における大きな相関関数は、大きな散乱長を示し、その放出源サイズ依存性から、束縛するかどうかを調べられる。  
*To be (bound) or not to be, that is the question !*
- エキゾチックハドロンの一部は、しきい値近辺に現れるハドロン分子状態により説明できる可能性があり、ハドロン物理の現在の課題の一つ。またハイペロン・核子、ハイペロン・ハイペロン、K 中間子・核子相互作用の解明はストレンジネス物理の中心的課題の一つ。
- 最近の RHIC, LHC における相関関数測定は、  
 $\Lambda\Lambda, \Lambda p, \Xi^- p, \Omega p, K^- p, \dots$   
と多岐にわたり、ハドロン・ストレンジネス核物理にも貢献しつつある。

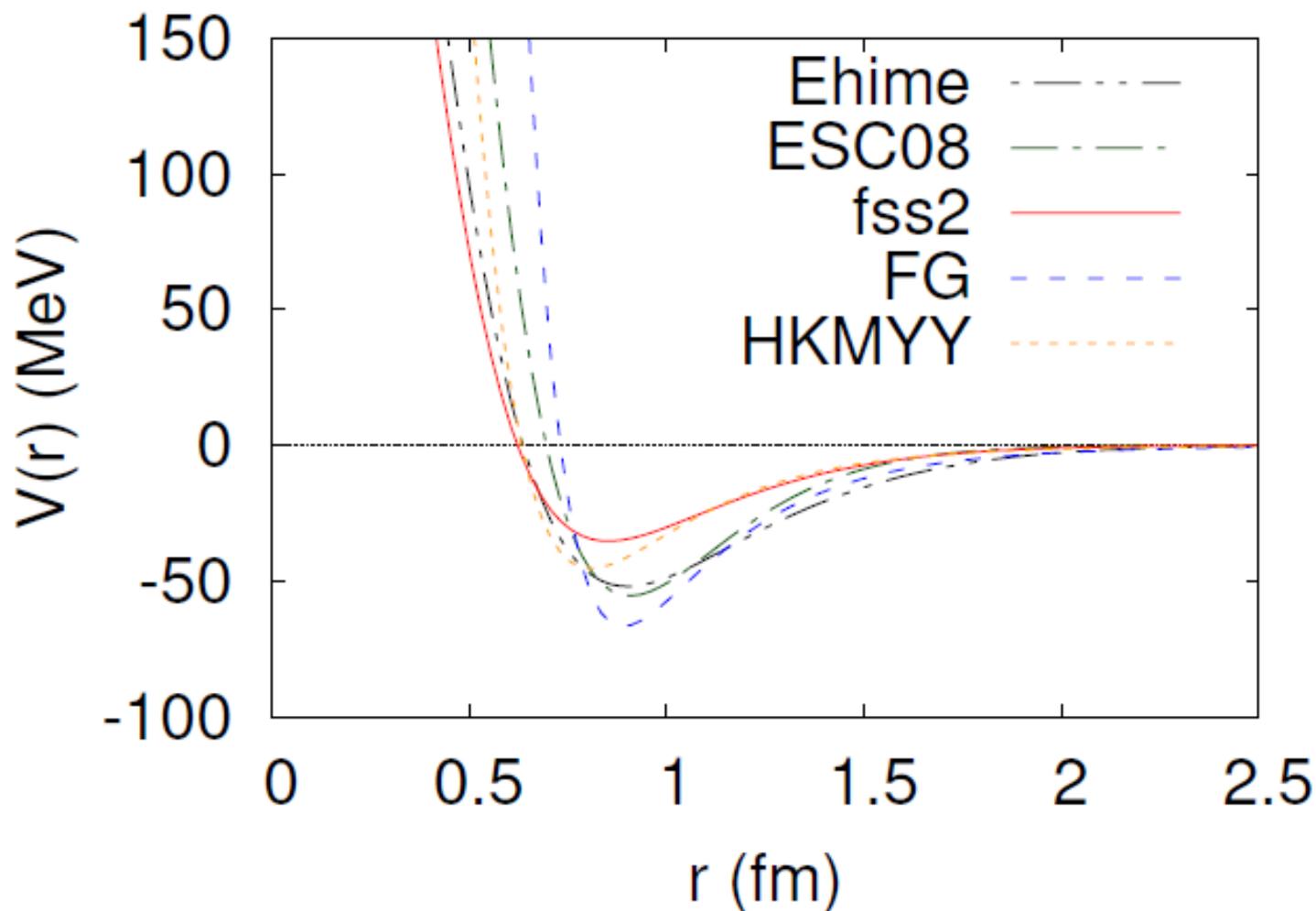
時間はあるかな？

# $\Lambda\Lambda$ & $EN$ 相互作用とH ダイバリオン

- H ダイバリオン : 6-quark state (uuddss)
  - MIT バグ模型による予言 =80 MeV 束縛  
*R.L.Jaffe, PRL38(1977)195*
  - ダブルハイパー核の発見  
→深い束縛状態の否定  
*Takahashi et al., PRL87('01) 212502*
  - 共鳴状態の“H” ?  
*Yoon et al. (KEK-E522)+AO ('07)*
  - 格子 QCD による予言  
*HAL QCD & NPLQCD ('11)*  
*HAL QCD ('16): H as a loosely bound EN ?*
  - $EN$  しきい値近辺の H ダイバリオン極  
*K. Sasaki et al. (HAL QCD, '16, '17)*



# $\Lambda\Lambda$ ポテンシャル



One pion exchange によるテールが決まっていないので、  
モデルによってわりと違う。

# RHIC での $\Lambda\Lambda$ 相関関数

- STAR が  $\Lambda\Lambda$  を測定 (analysis) してくれました (ありがとう)!

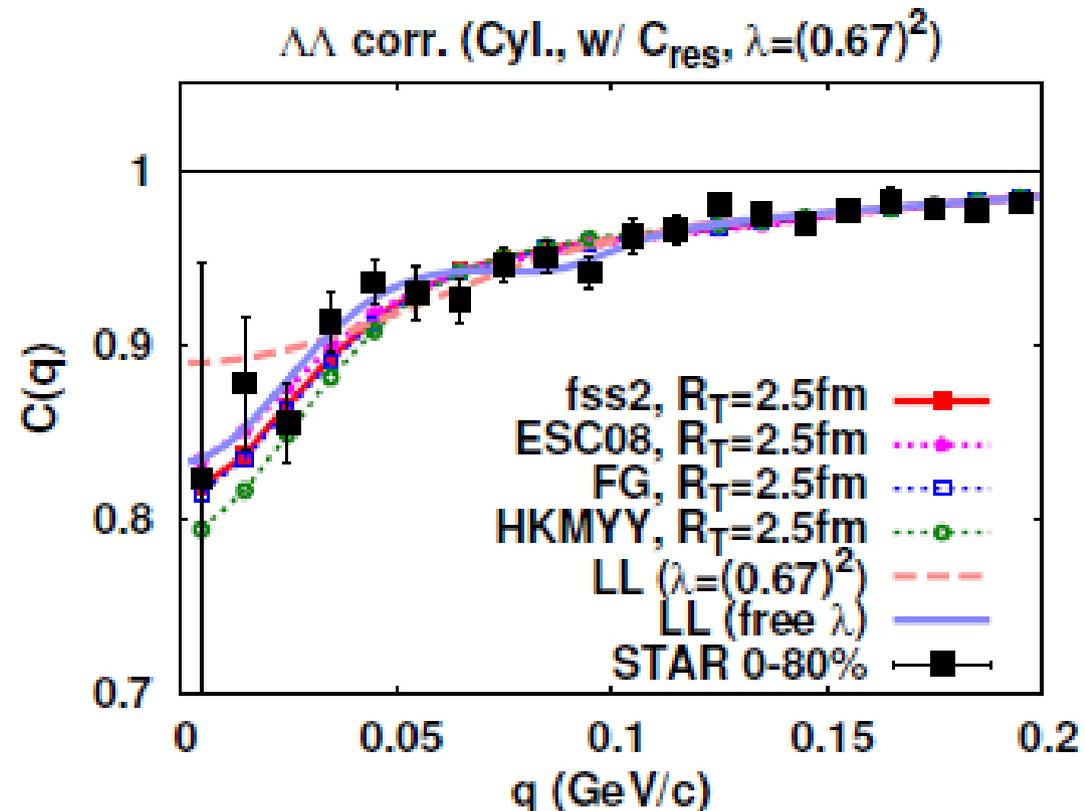
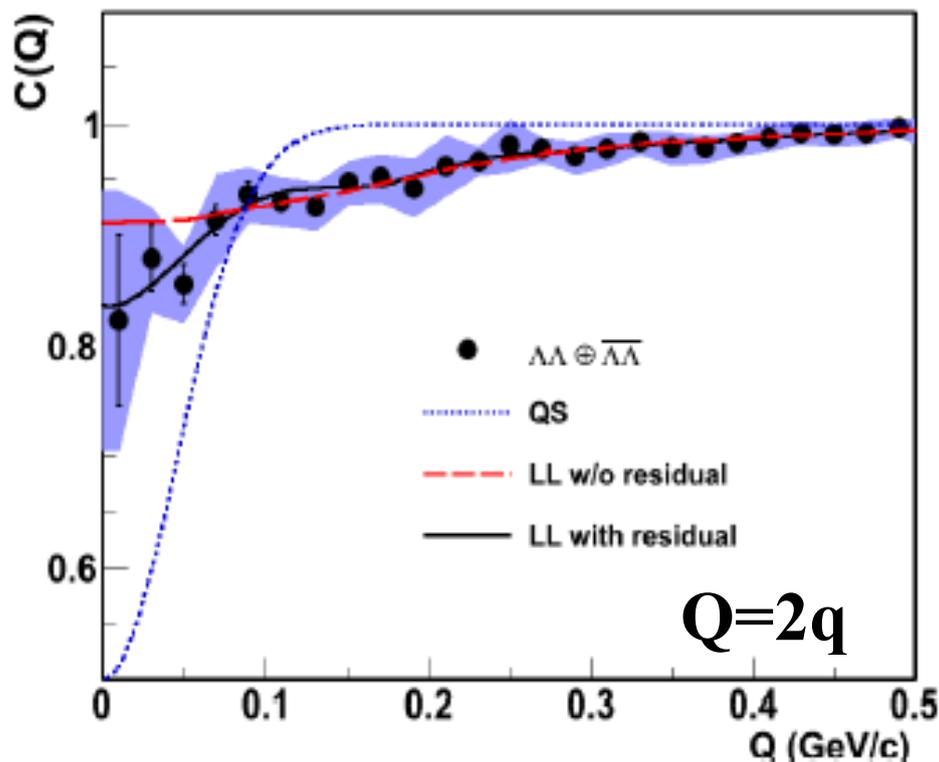
*Adamczyk et al. (STAR Collaboration), PRL 114 ('15) 022301.*

- RHIC, Au+Au ( $\sqrt{s_{NN}}=200$  GeV), Weak decay vertex analysis.

- 理論での分析論文

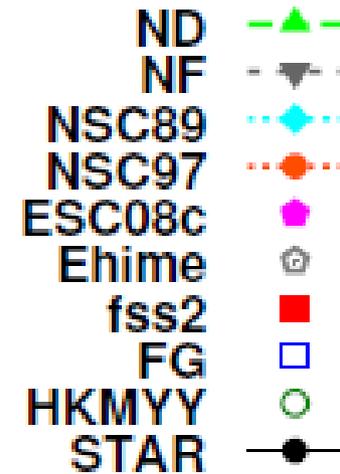
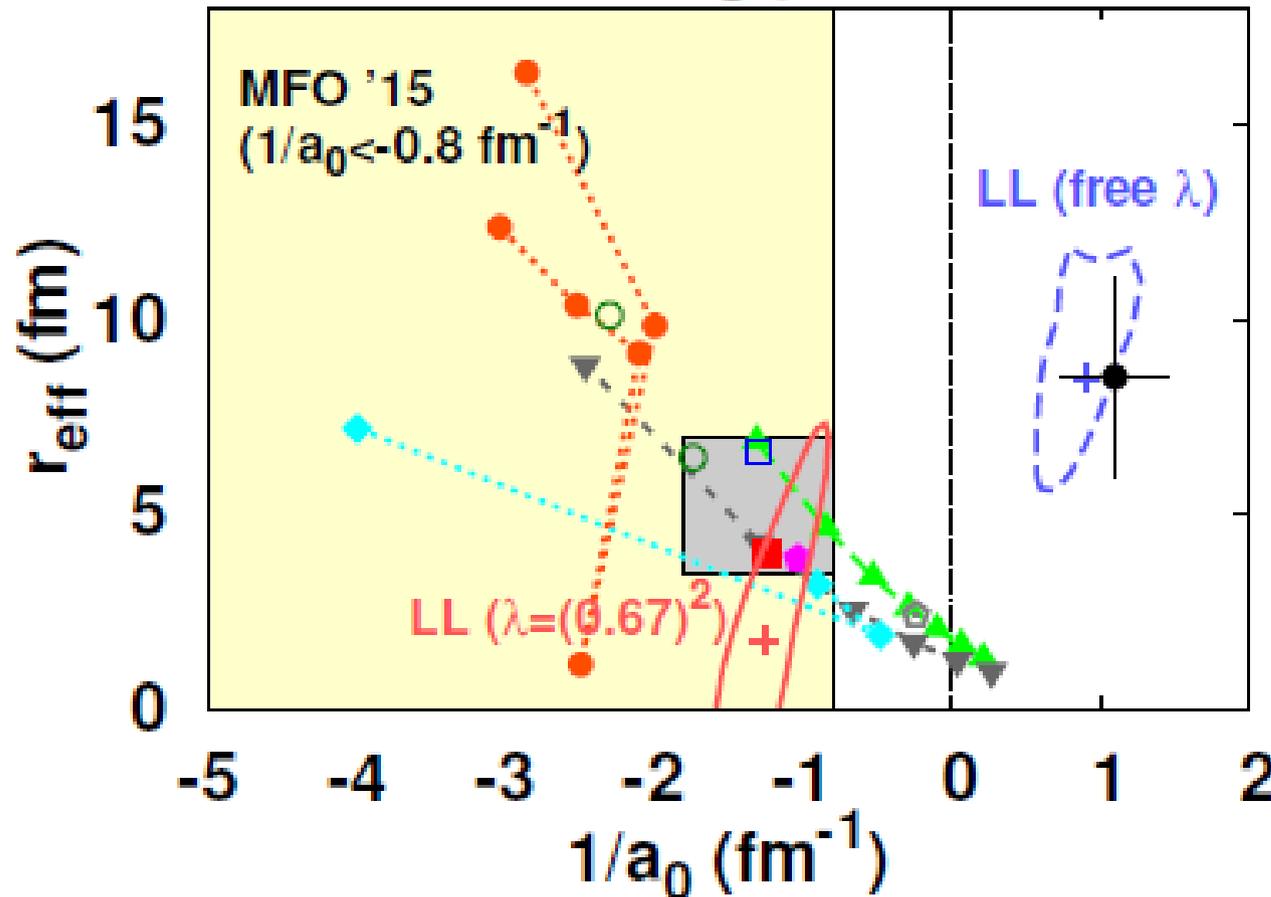
*K.Morita et al., T.Furumoto, AO, PRC91('15)024916;*

*AO, K.Morita, K.Miyahara, T.Hyodo, NPA954 ('16), 294.*



# $\Lambda\Lambda$ 相関から $\Lambda\Lambda$ 相互作用へ

## $\Lambda\Lambda$ scattering parameters



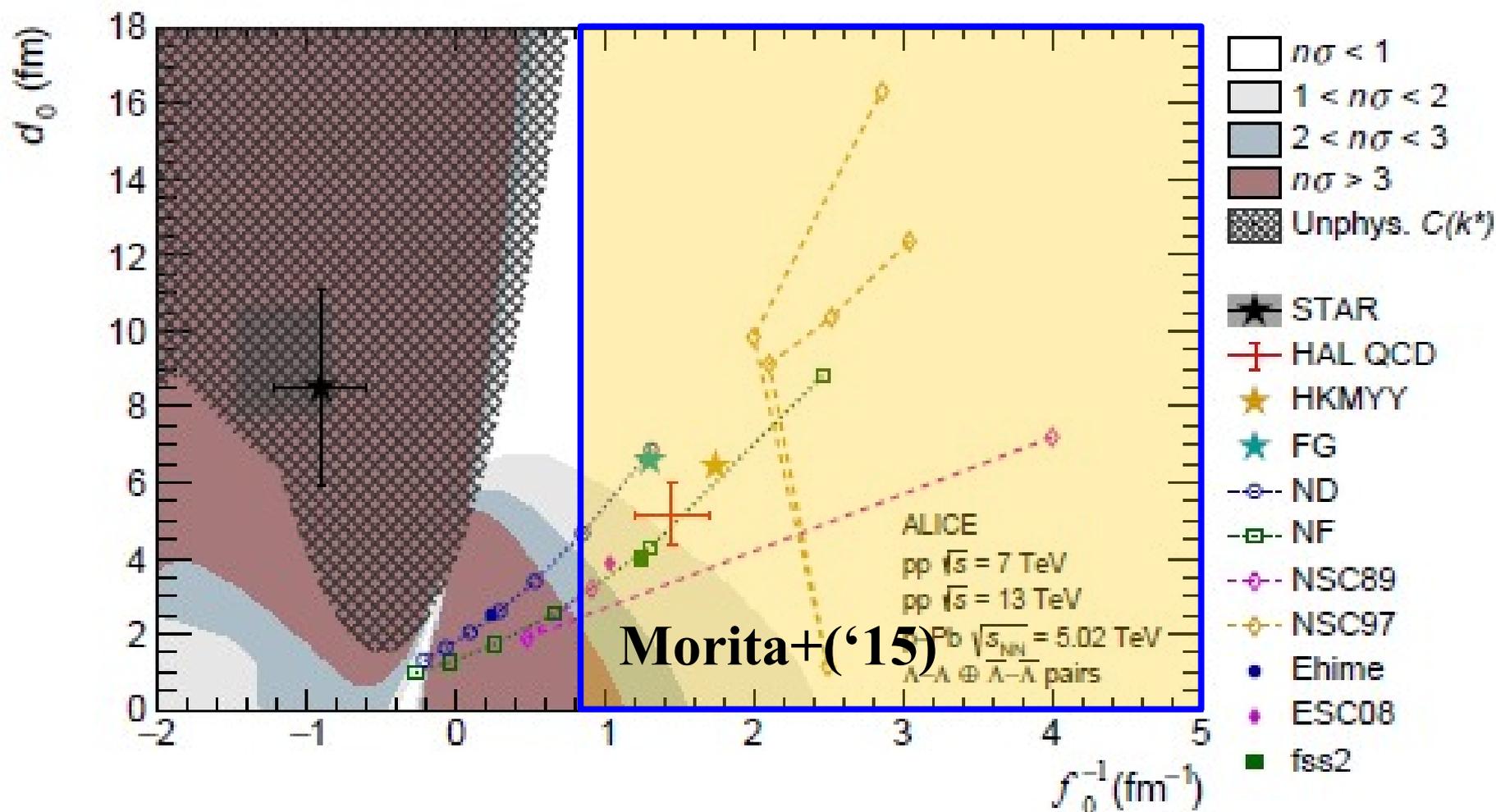
- Nijmegen potentials (ND, NF, NSC89, NSC97, ESC08) *Nagels+('77, '79), Maessen+('89), Rijken+('99, '10)*
- Ehime *Ueda et al. ('98)*
- Quark model interaction: fss2 *Fujiwara et al.('07)*
- Potential fitted to Nagara *Filikhin, Gal ('02) (FG), Hiyama et al. ('02, '10)(HKMYY)*

$$q \cot \delta = -1/a_0 + r_{\text{eff}} q^2/2 + O(q^4)$$

実験グループの解析と散乱長の符号が違うという悲劇...

# New Data from LHC-ALICE

ALICE (arXiv:1905.07209)



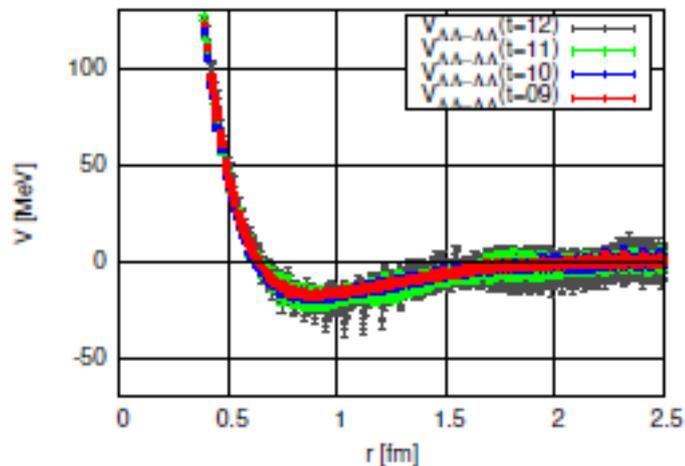
別の実験グループ (LHC-ALICE) が検証してくれました  
→  $\Lambda\Lambda$  相互作用は束縛状態のない弱い引力

---

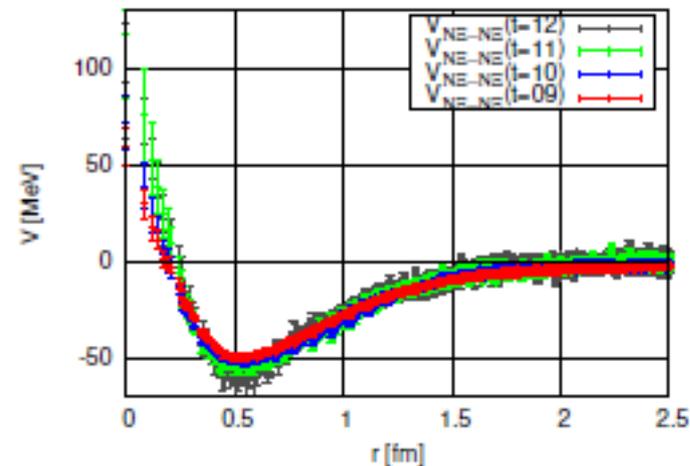
$\Lambda\Lambda$  は(多分) 束縛しない。  
 $H$  ダイバリオンは  $\Xi N$  束縛状態か？  
それともどこにも存在しないのか？

# Lattice $\Lambda\Lambda$ & $\Xi N$ interaction

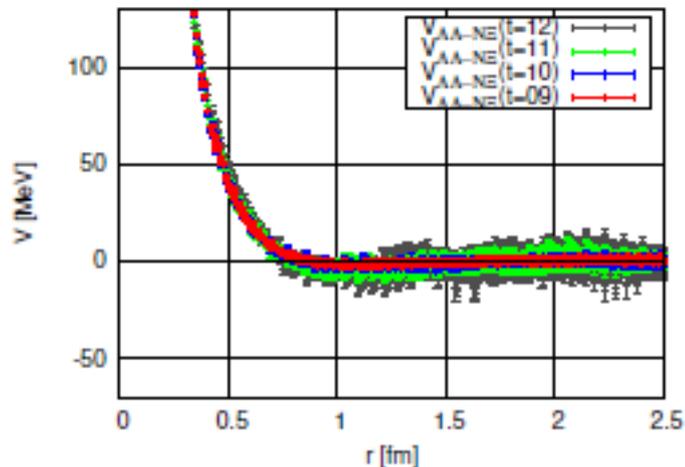
- SU(3) limit では H ダイバリオンの主成分は  $\Xi N$   
Lattice QCD 計算は  $\Xi N$ - $\Xi N$ 、 $\Xi N$ - $\Lambda\Lambda$  ポテンシャルが大きい



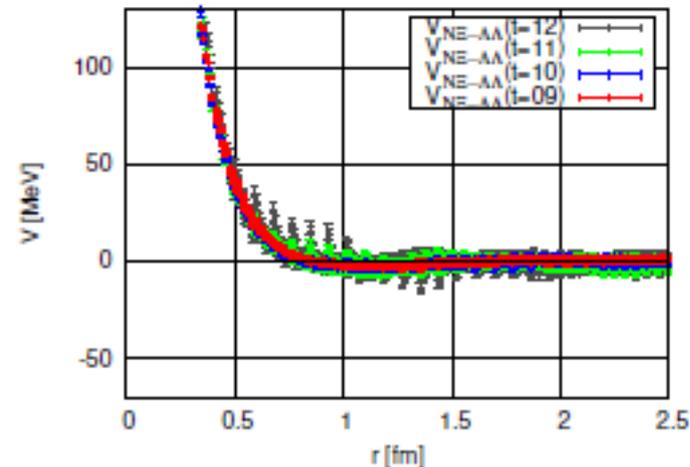
(a)  $V_{\Lambda\Lambda-\Lambda\Lambda}$



(b)  $V_{\Xi\bar{\Xi}-\Xi\bar{\Xi}}$



(c)  $V_{\Lambda\Lambda-\Xi\bar{\Xi}}$



(d)  $V_{\Xi\bar{\Xi}-\Lambda\Lambda}$

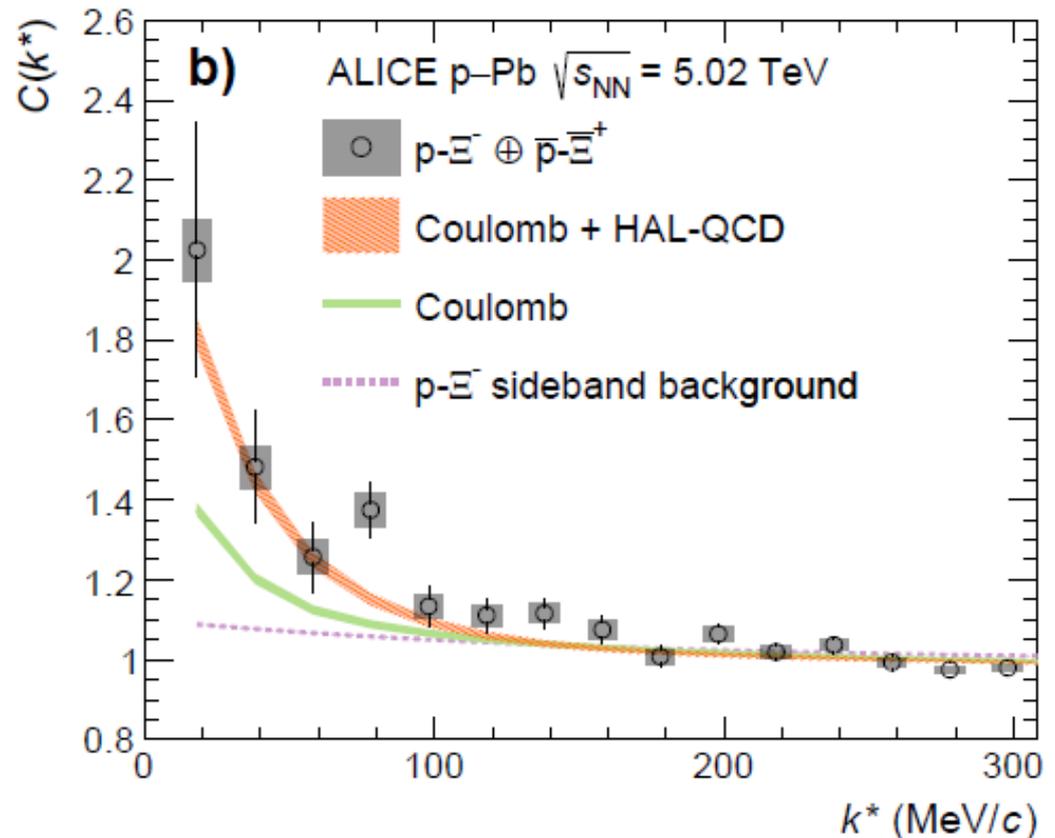
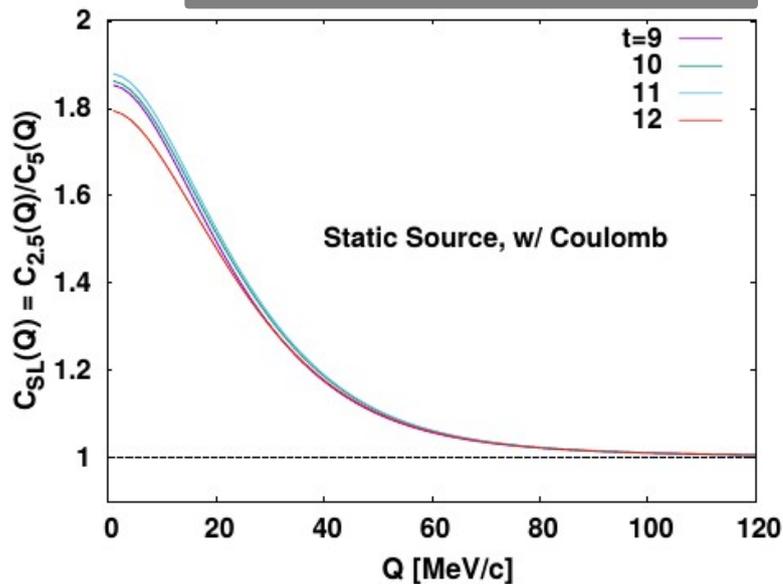
*K. Sasaki et al. (HAL QCD Collab.), EPJ Web Conf. 175 ('18) 05010.*

# $\Xi^- p$ 相関関数

## ■ HAL QCD ポテンシャルを用いた $\Xi^- p$ 相関関数と実験データ

$$|\psi|_{\text{spin av.}}^2 = \frac{1}{2} \sum_{I=0,1} \left[ \frac{1}{4} |\psi_I^{J=0}|^2 + \frac{3}{4} |\psi_I^{J=1}|^2 \right]$$

*HAL prediction  
is examined!*



*T. Hatsuda, K. Morita, AO,  
K. Sasaki, NPA967('17), 856.*

*ALICE arXiv:1904.12198*

# $K^- p$ interaction

- $\Lambda(1405)$   $\bar{K}N$  quasi-bound state

*Dalitz, Tuan ('60); Koch ('94); Kaiser, Siegel, Weise ('95); AO, Nara, Koch ('97)*

- Positive scattering length in  $K^-$  atoms

*M.Iwasaki et al. PRL78('97)3067;  
M.Bazzi et al. [SIDDHARTA Collab.],  
PLB704('11)113.*

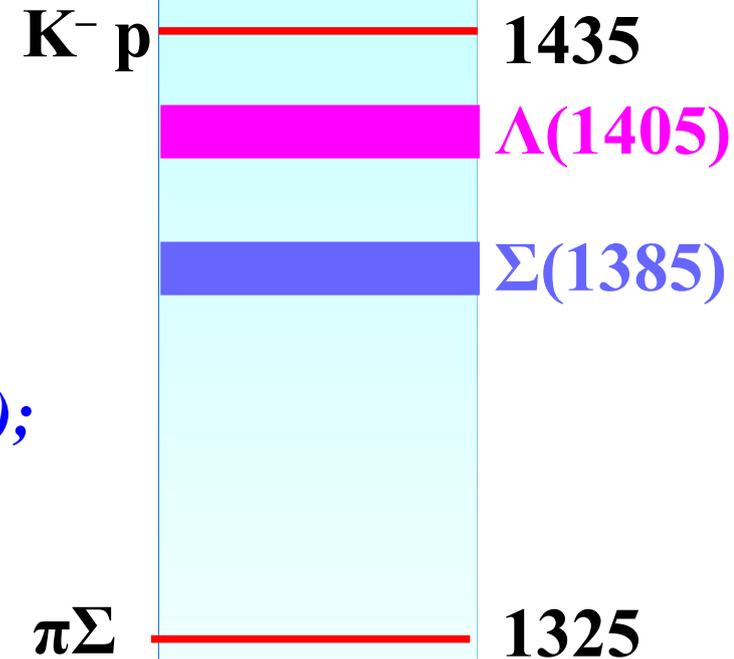
- Kaonic nuclei ?

*Nogami ('63); Akaishi, Yamazaki ('02);  
Shevchenko, Gal, Mares ('07); Ikeda, Sato ('07);  
Dote, Hyodo, Weise ('09)*

→ Needs precise info. on  $\bar{K}N$  int.

- Scattering amplitude and Potential fitting scattering and SIDDARTA data in chiral approach

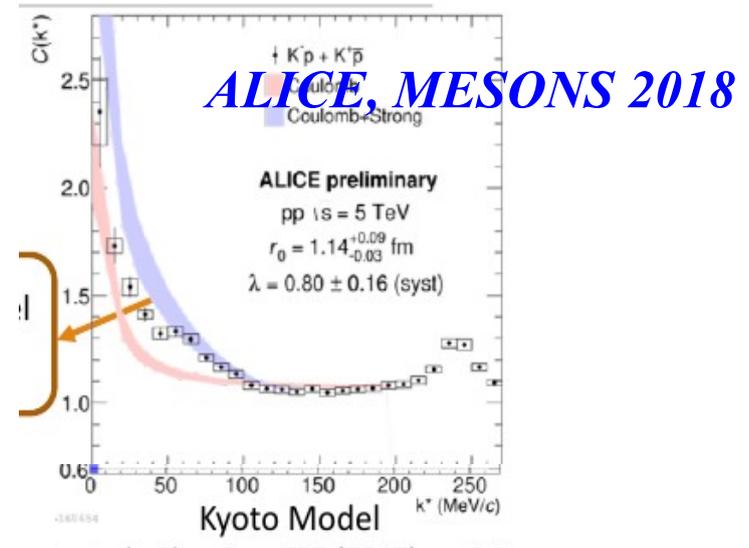
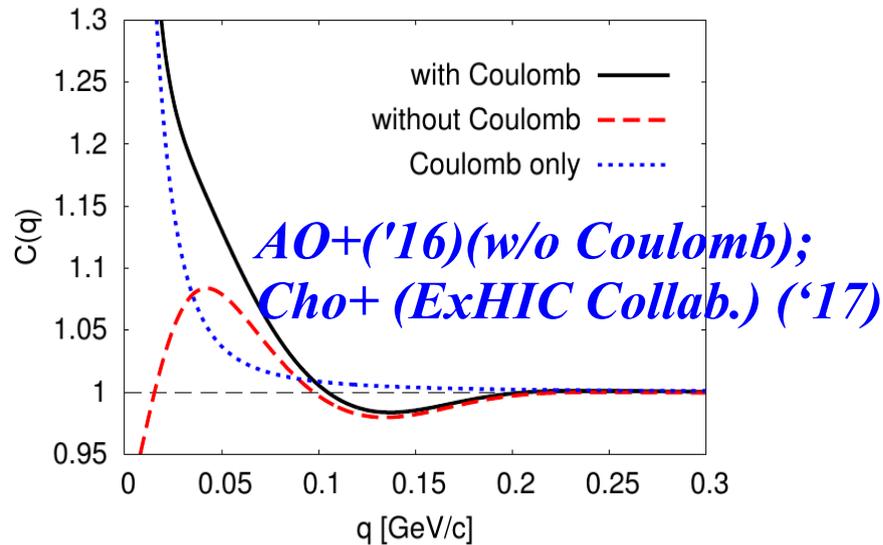
*Ikeda, Hyodo, Weise ('11,'12),  
Miyahara, Hyodo ('16)*



*How about  $K^- p$  correlation ?*

# $K^- p$ correlation and $\bar{K}N$ interaction

- $K^- p$  correlation (w/ a bound state  $\Lambda(1405)$  Chiral dyn.+Coulomb)



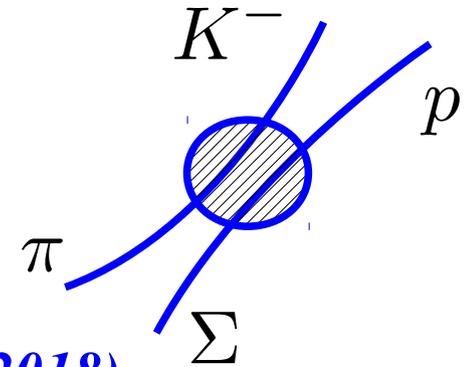
- Calc. results seem to explain the data qualitatively, but coupled channel effects with  $\pi\Sigma$  were not taken into account. *J. Haidenbauer, arXiv:1808.05049*

# Correlation Function with Coupled Channels

- Contribution of the source in other channels

$$C_\alpha(\mathbf{q}) = \sum_\beta \int d\mathbf{r} S_\beta(\mathbf{r}) \left| \psi_{\beta\alpha}^{(-)}(\mathbf{r}, \mathbf{q}) \right|^2$$

Source fn.



- Asymptotic wave function

*K. Miyahara, T. Hyodo, W. Weise, Phys. Rev. C 98, 025201 (2018), arXiv:1804.08269.*

$$|\Psi_\alpha^{(\pm)}\rangle = \sum_\beta \psi_{\beta\alpha}^{(\pm)} |\beta\rangle$$

No outgoing w.f. for  $\beta \neq \alpha$

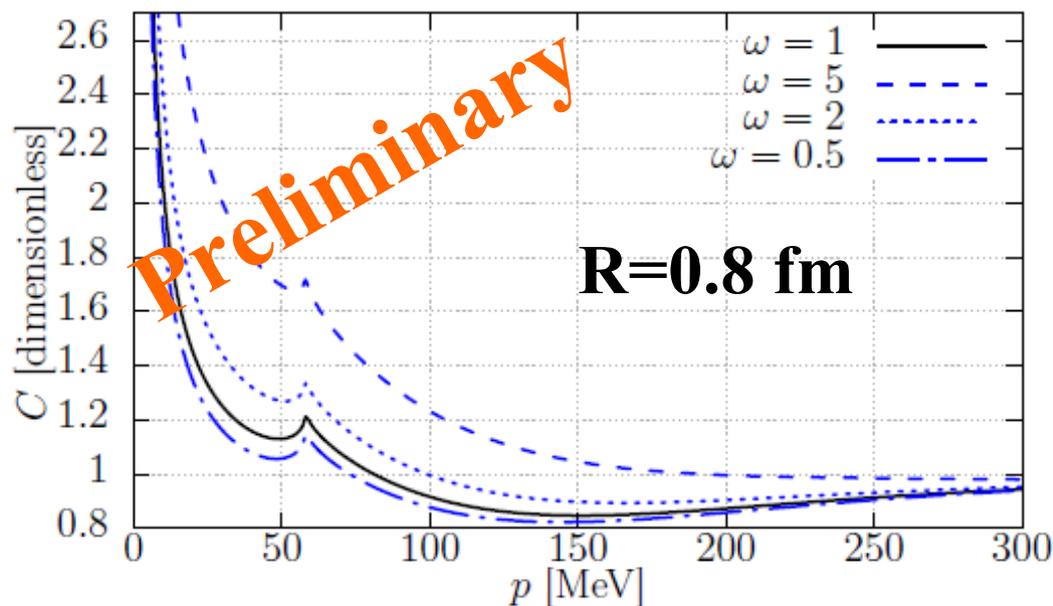
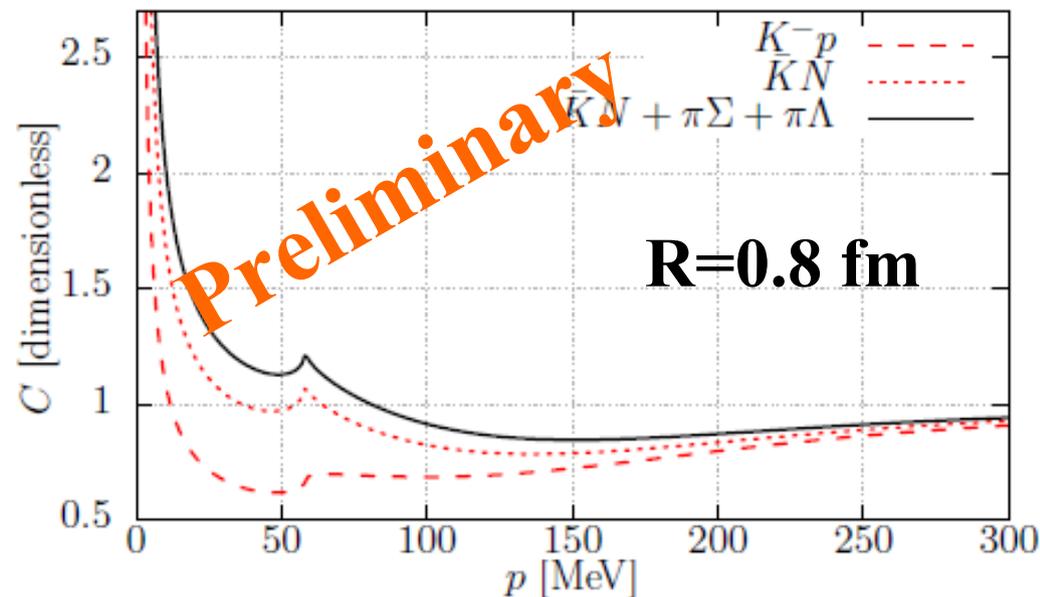
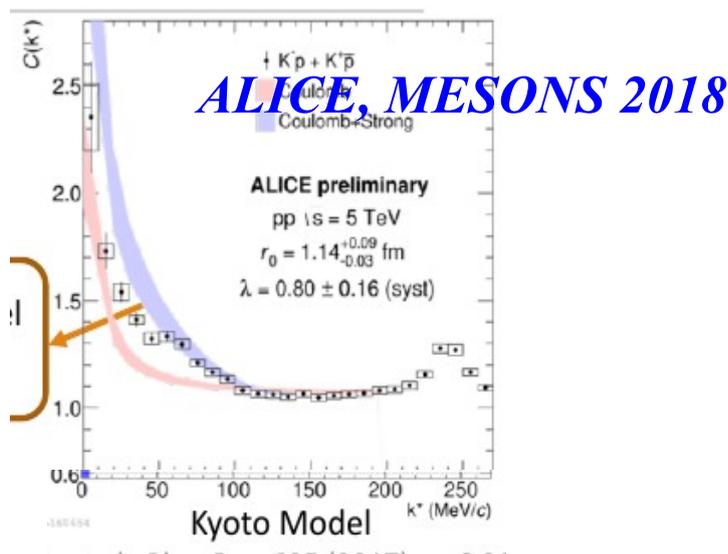
$$\psi_{\beta\alpha}^{(+)}(r) \rightarrow \frac{-1}{2ik_\alpha} \left[ \delta_{\beta\alpha} \frac{e^{-ik_\beta r}}{r} - \sqrt{\frac{v_\alpha}{v_\beta}} S_{\beta\alpha} \frac{e^{ik_\beta r}}{r} \right] \quad (v_\alpha = k_\alpha/\mu_\alpha)$$

- Asymptotically outgoing wave function

$$\psi_{\beta\alpha}^{(-)}(r) = \frac{1}{k_\alpha} \sum_\gamma \psi_{\beta\gamma}^{(+)}(r) S_{\gamma\alpha}^\dagger k_\gamma \sqrt{\frac{v_\alpha}{v_\gamma}} \rightarrow \frac{1}{2ik_\alpha} \left[ \delta_{\beta\alpha} \frac{e^{ik_\beta r}}{r} - \sqrt{\frac{v_\alpha}{v_\beta}} S_{\beta\alpha}^\dagger \frac{e^{-ik_\beta r}}{r} \right]$$

# Updated Results of $K^-p$ correlation

- Strong (Chiral SU(3))  
*Miyahara, Hyodo, Weise ('18)*
- + Coulomb
- + Coupled-Channel
- + Different Threshold
- + Source Strength of  $\pi\Sigma$
- Results with  $S_{\pi\Sigma} \sim 2 S_{K-p}$   
agree with data.



*Kamiya, Morita, Hyodo, AO (in prep.)*



# 補足

- いろいろな点に触れていません。ご容赦。
  - ガウス以外の場合の放出源の決め方。
  - クーロン力がある場合の取り扱い。
  - 他の粒子からの崩壊による寄与(対の純粋度)
- TPC (time projection chamber) で判別できる粒子は限られています。  
電荷をもち安定、あるいは電荷をもった安定粒子に数 cm 以上とんで弱崩壊する粒子
  - $\pi$ , K, p,  $\Lambda$ ,  $\Xi^-$ ,  $\Omega$ , d, He, ...

---

*Thank you for your attention.*

# 低エネルギー散乱 (s-wave)

- 低エネルギー散乱  $\rightarrow L=0$  が主要

$$f \rightarrow \frac{1}{k} e^{i\delta_0} \sin \delta_0 = (k \cot \delta_0 - ik)^{-1}$$

$k \rightarrow 0$  で散乱振幅が発散しない条件  $= \lim_{k \rightarrow 0} \sin \delta_0 = 0$   
( $\delta_0(k \rightarrow 0) = n\pi$ )

- 短距離力  $V(r)=0$  ( $r>R$ )、  
低エネルギー  $E < |V(r)|_{\max}$  ( $r<R$ ) では、  
 $r=R$  での対数微分で内側の wf が決まる

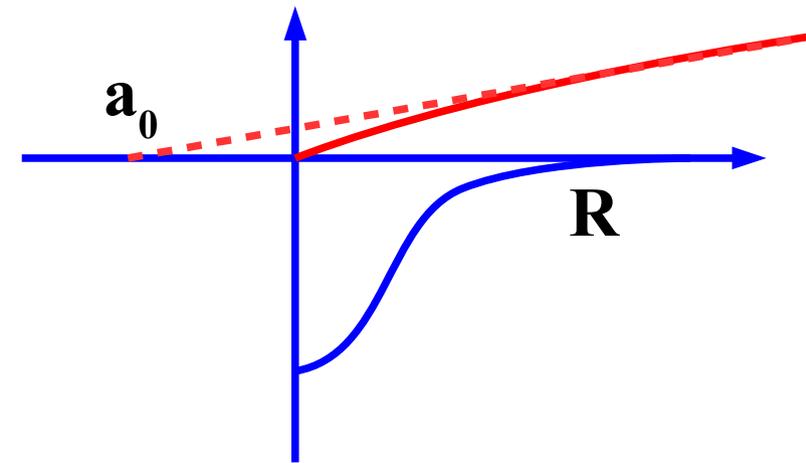
$a_0$ : scattering length (散乱長)

$r_{\text{eff}}$ : effective range (有効レンジ)

$$k \cot(kR + \delta_0) = W, \quad k \cot \delta_0 = \frac{W + k \tan kR}{1 - W \tan kR/k} \simeq -\frac{1}{a_0} + \frac{1}{2} r_{\text{eff}} k^2$$

$r>R, k \rightarrow 0$  において動径波動関数は  $u(r=a_0)=0$  となる1次関数

$$\delta_0 \simeq -a_0 k \rightarrow u_0(r) \simeq \sin(k(r - a_0))$$



# 低エネルギー散乱 (*s-wave*)(*cont.*)

- 十分に zero energy に近い束縛状態がある場合  $a_0 > 0$

$$u_{\text{BS}}(r) = A \exp(-\kappa r) (r > R) \rightarrow W = -\kappa$$

$$-\frac{1}{a_0} = \frac{-\kappa}{1 + \kappa R} \rightarrow a_0 \simeq \frac{1}{\kappa} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m\varepsilon}} \quad (\varepsilon = \text{binding energy})$$

散乱状態 wf は  $r \sim a_0$  で節  $\rightarrow$  構造的斥力芯

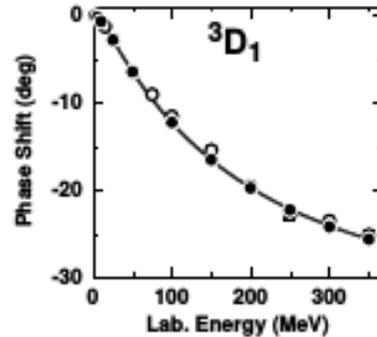
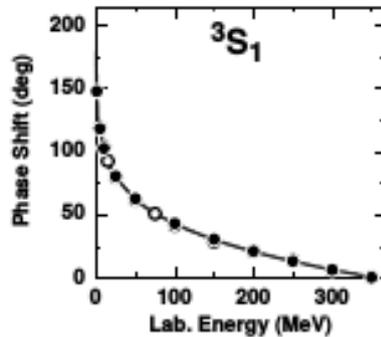
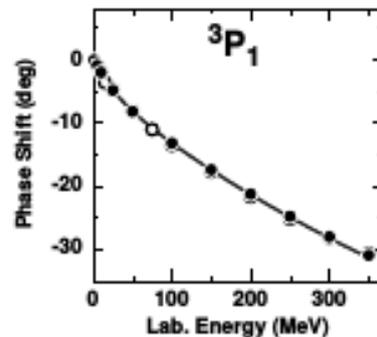
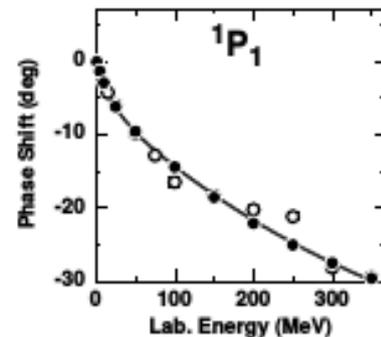
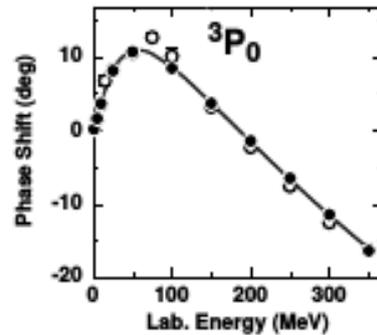
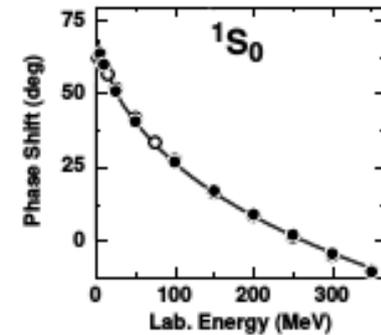
- 斥力コアポテンシャル ( $V(r) = +\infty$  ( $r < r_c$ ),  $V(r) = 0$  ( $r > r_c$ ))  $\rightarrow a_0 = r_c$

$$u_0(r) = \sin(k(r - r_c)), \quad \delta_0(k) = -kr_c$$

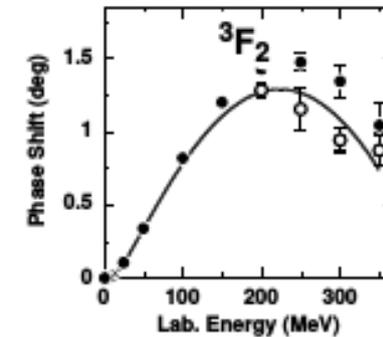
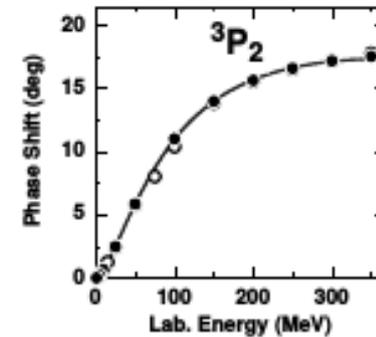
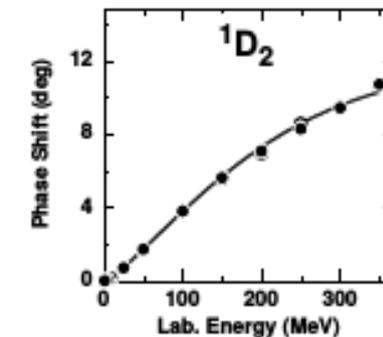
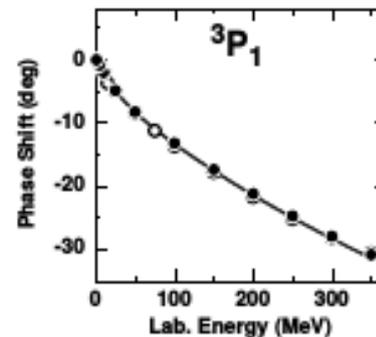
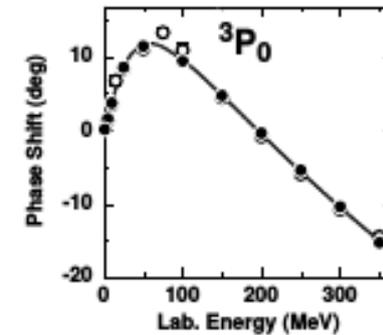
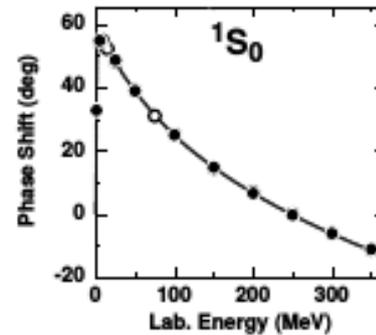
- 束縛状態を持たない引力  $\rightarrow a_0 < 0$

# NN scattering phase shifts (1)

## np scattering



## pp scattering



*R. Machleidt, Phys. Rev. C 63 (2001) 024001 [nucl-th/0006014].*

# 格子 QCD による核力 (1)

- 格子 QCD における (Nambu-)Bethe-Salpeter amplitude

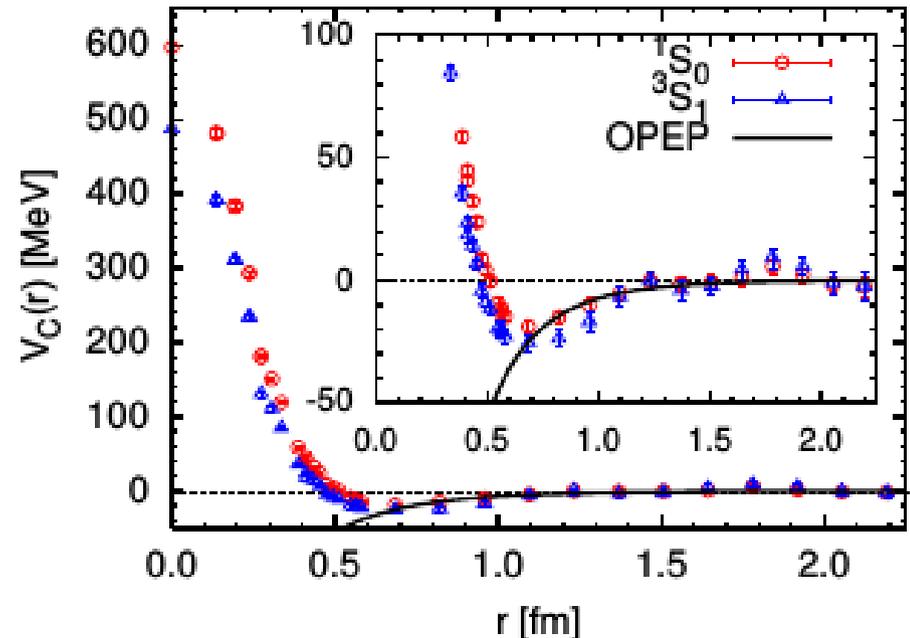
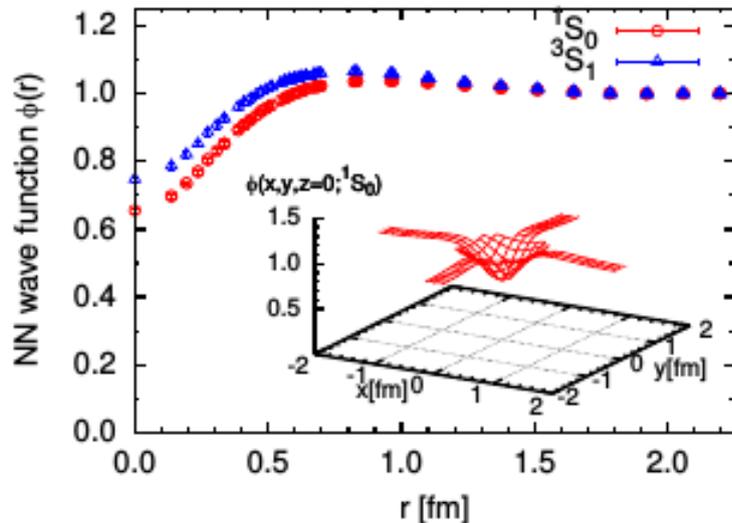
$$F_{\text{NN}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t; t_0) \equiv \langle 0 | N_{\alpha}^i(\mathbf{x}, t) N_{\beta}^j(\mathbf{y}, t) \overline{\mathcal{J}}_{\text{NN}}(t_0) | 0 \rangle$$

は低エネルギーにおいて Schrodinger equation に従う

$$-\frac{1}{2\mu} \nabla^2 \phi(\mathbf{r}) + \int d\mathbf{r}' U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \phi(\mathbf{r}') = E \phi(\mathbf{r})$$

局所ポテンシャルを仮定すると、核力が求まる。

$$U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \simeq V(\mathbf{r}, \nabla) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$$



*N. Ishii, S. Aoki, T. Hatsuda, PRL99('07)022001.*

# Lednický-Lyuboshits (LL) model

## ■ Lednický-Lyuboshits analytic model

- **Asymp. w.f. + Eff. range corr. +  $\psi^{(-)} = [\psi^{(+)}]^*$**

$$\psi_0(r) \rightarrow \psi_{\text{asy}}(r) = \frac{e^{-i\delta}}{qr} \sin(qr + \delta) = \mathcal{S}^{-1} \left[ \frac{\sin qr}{qr} + f(q) \frac{e^{iqr}}{r} \right]$$

$$\begin{aligned} \Delta C_{\text{LL}}(q) &= \int dr S_{12}(r) (|\psi_{\text{asy}}(r)|^2 - |j_0(qr)|^2) \\ &= \frac{|f(q)|^2}{2R^2} F_3\left(\frac{r_{\text{eff}}}{R}\right) + \frac{2\text{Re}f(q)}{\sqrt{\pi}R} F_1(x) - \frac{\text{Im}f(q)}{R} F_2(x) \end{aligned}$$

( $x = 2qR$ ,  $R = \text{Gaussian size}$ ,  $F_1, F_2, F_3$  : Known functions)

## ■ Phase shifts

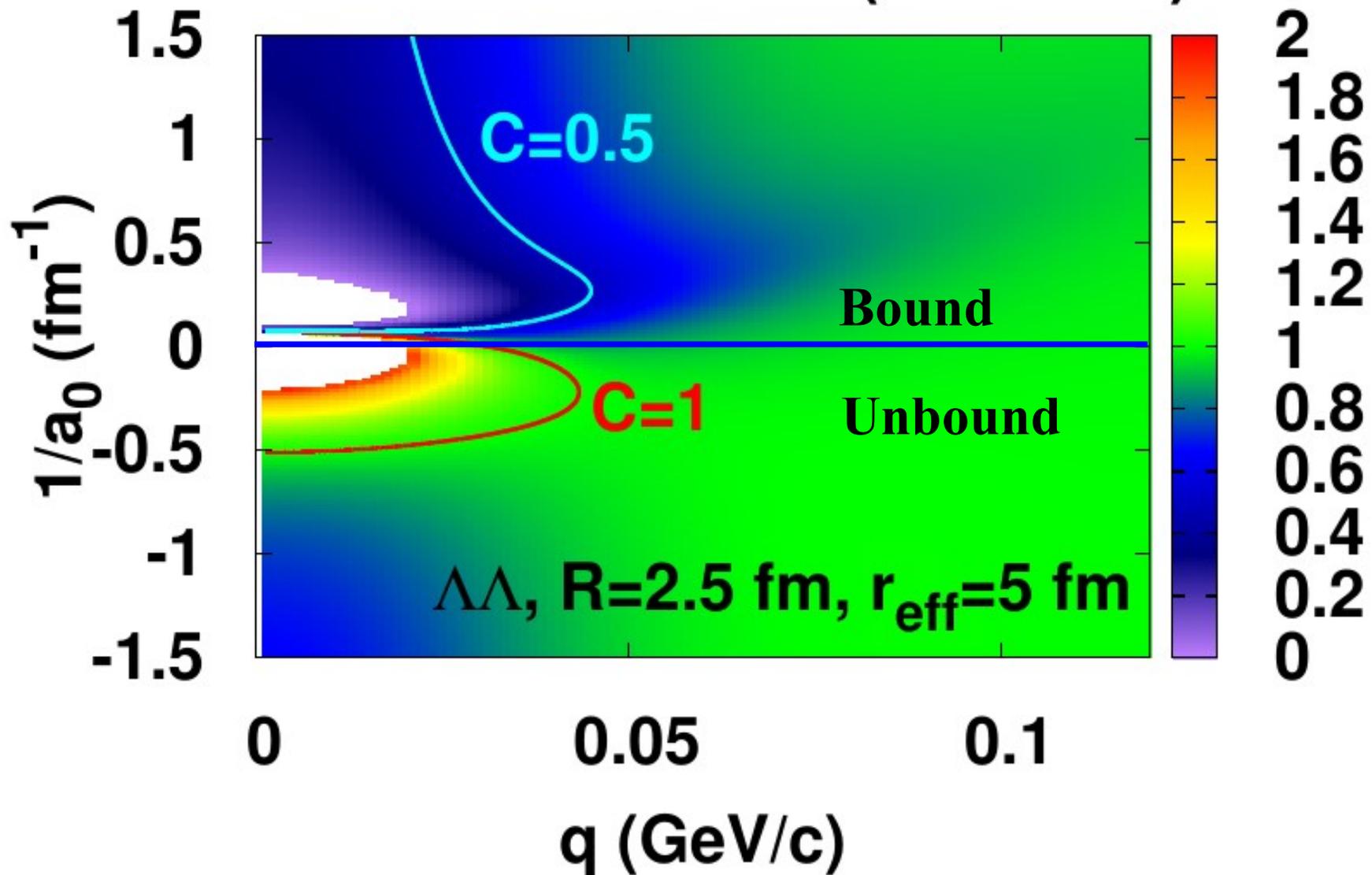
$$q \cot \delta = -\frac{1}{a_0} + \frac{1}{2} r_{\text{eff}} q^2 + \mathcal{O}(q^4) \rightarrow \delta \simeq -a_0 q + \mathcal{O}(q^3)$$

$$\sin(qr + \delta) \simeq \sin(q(r - a_0) + \dots) \quad \text{Node at } \mathbf{r} \sim \mathbf{a}_0$$

**for small  $q$**

# Interaction Dependence of Correlation Function

## Correlation function (LL model)

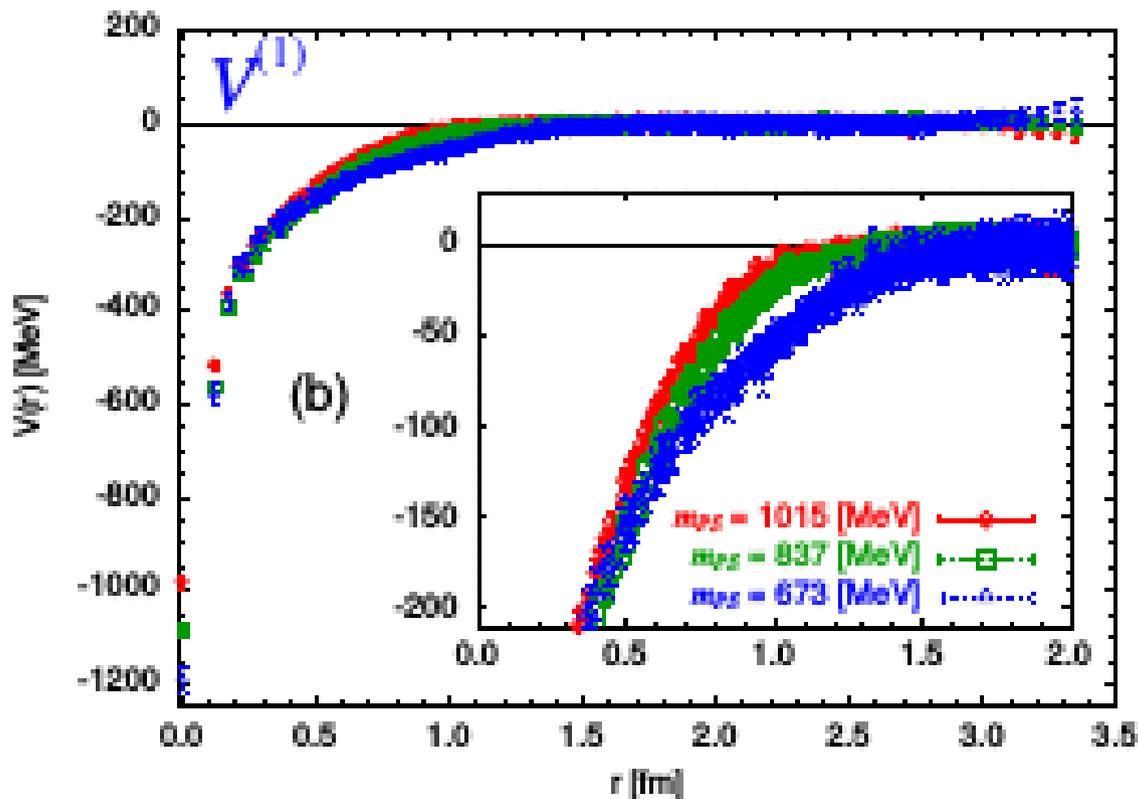
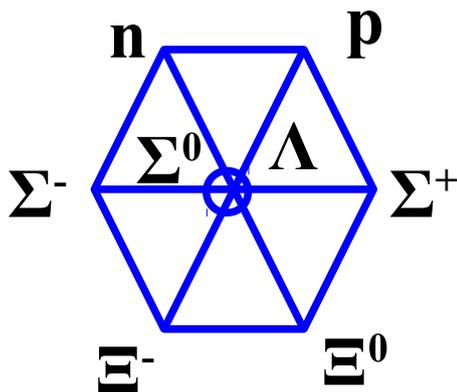


$$q \cot \delta = -1/a_0 + r_{\text{eff}} q^2/2 + O(q^4)$$

AO, K. Morita, K. Miyahara, T. Hyodo, NPA954 ('16), 294.

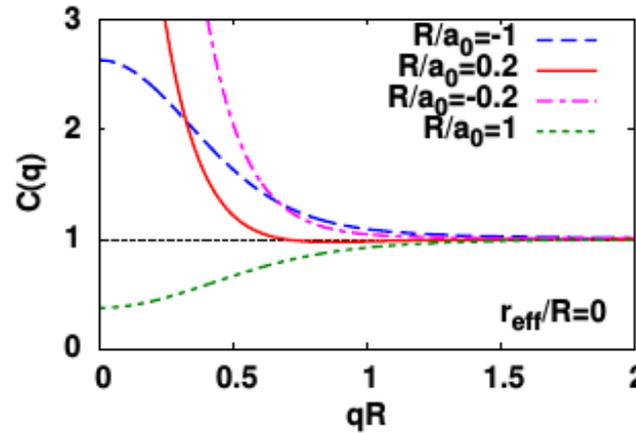
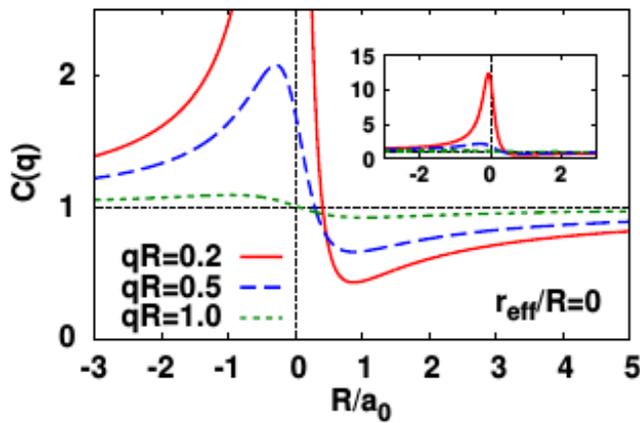
# 格子QCDによる核力 (2)

- 斥力芯はバリオンの組み合わせについて共通か？  
 → No. フレーバー1重項チャンネルでは斥力は現れない。  
 (フレーバー1重項:  $n\Xi^0$ - $p\Xi^-$ - $\Sigma^+\Sigma^-$ - $\Sigma^0\Sigma^0$ - $\Sigma^-\Sigma^+$ - $\Lambda\Lambda$  の重ねあわせ)
  - クォークのパウリ排他律からの予測と無矛盾
  - $\omega$  中間子交換が斥力芯の主要な起源ではない。



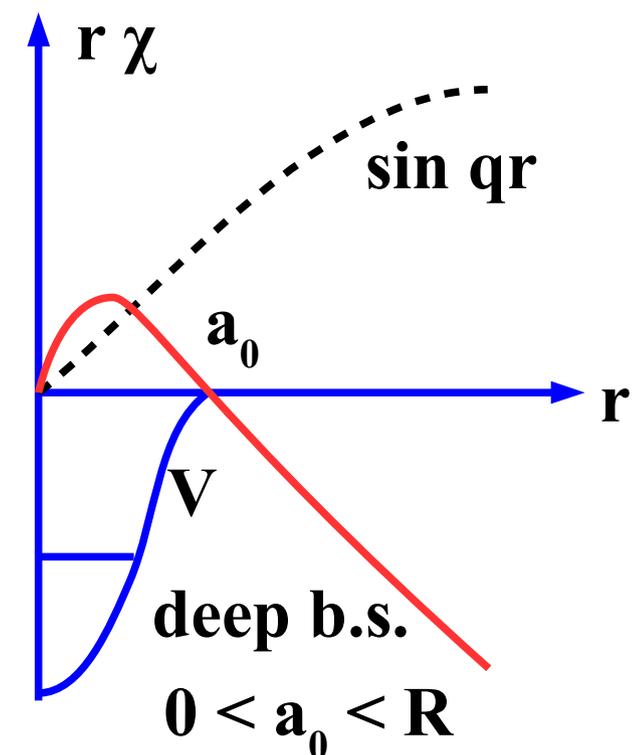
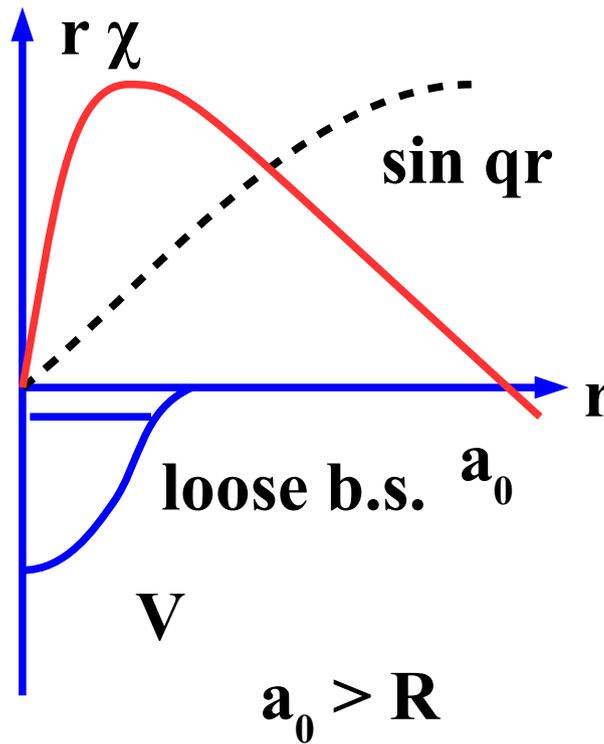
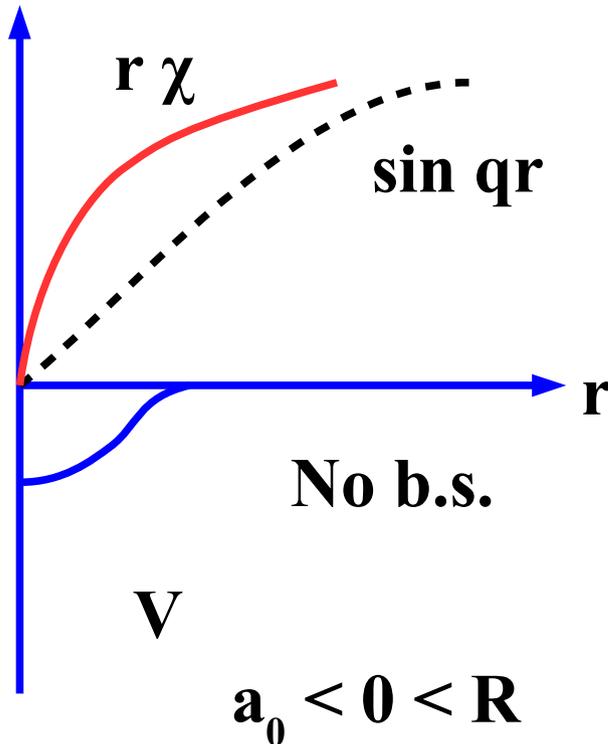
T. Inoue et al. (HAL QCD Collab.), PRL106('11)162002.

# Interaction Dependence of Correlation Function

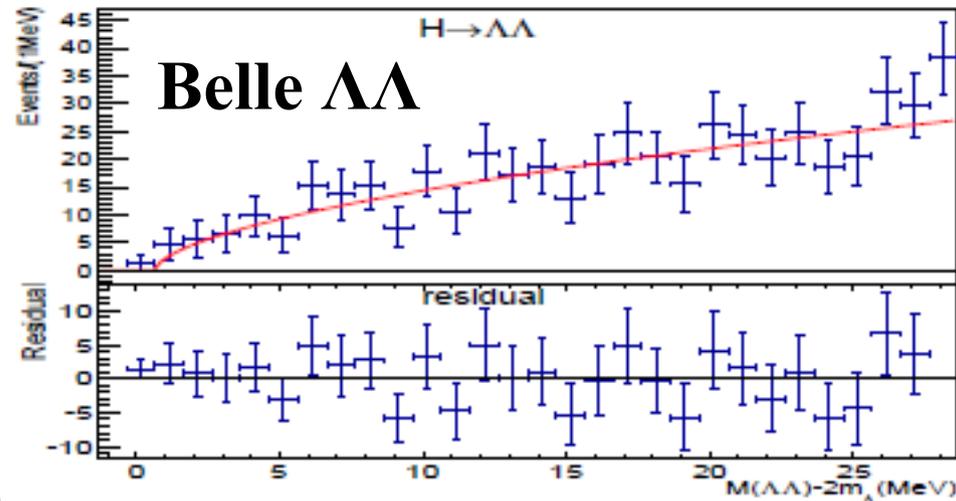
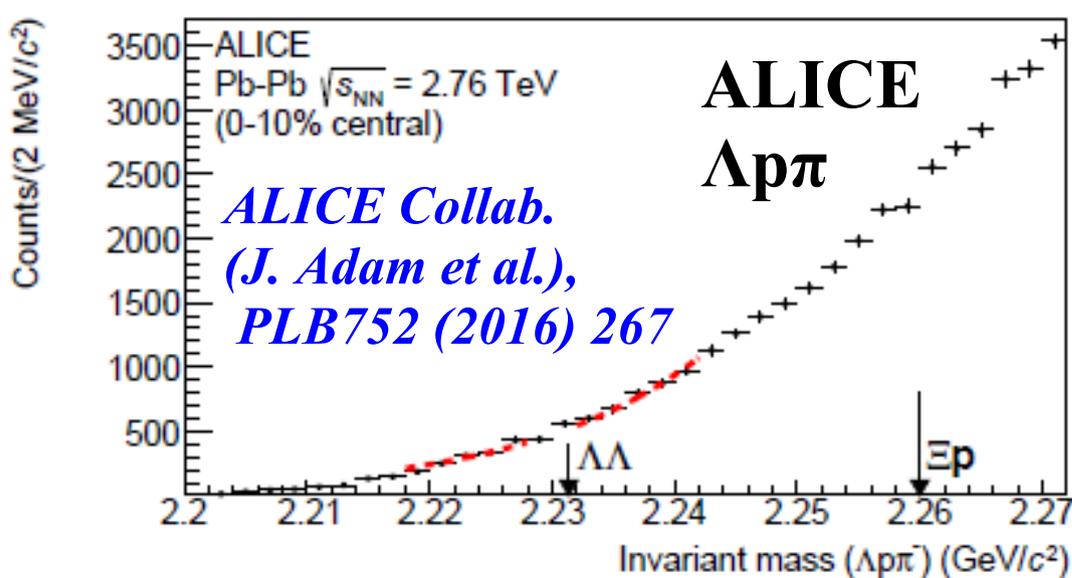


$$q \cot \delta = -1/a_0 + r_{\text{eff}} q^2/2 + O(q^4)$$

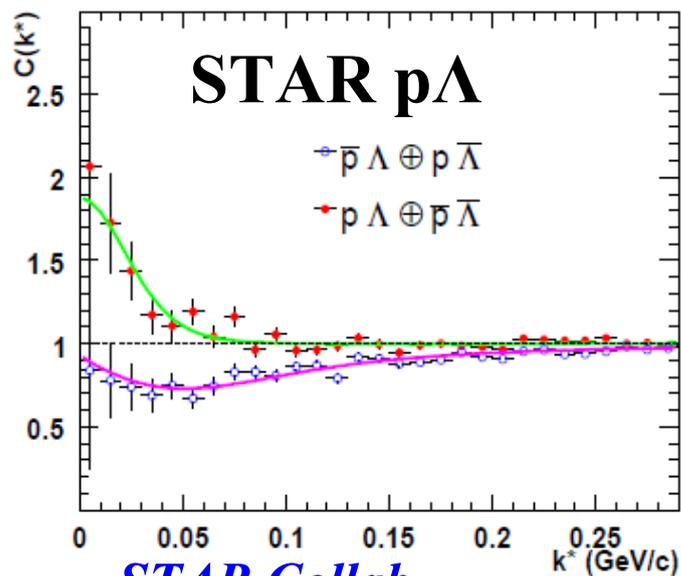
*w.f. node suppresses CF*



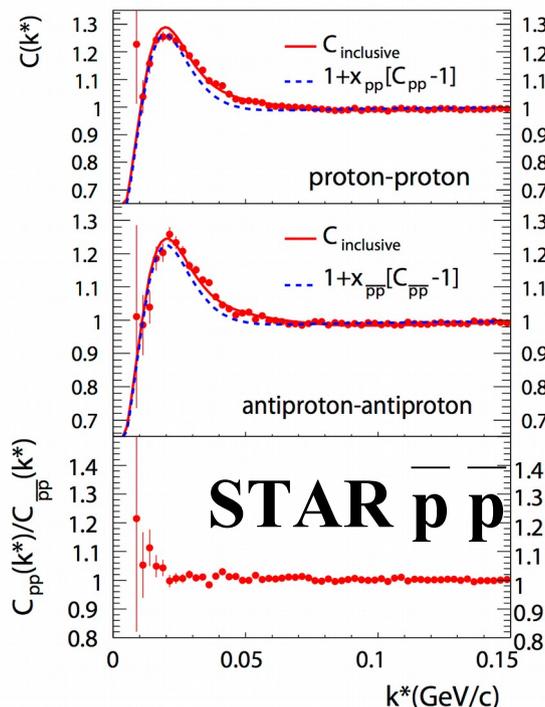
# $\Lambda\Lambda$ invariant mass / BB correlation function (as of 2016)



*Belle Collaboration (Kim, B.H. et al.),  
PRL110('13)222002.*



*STAR Collab.*  
(J. Adams et al.),  
*PRC74('06)064906.*



*STAR Collab.*  
(J. Adams et al.)  
*Nature 527('15)345*

## STAR $\Lambda\Lambda$

*Adamczyk et al.*  
(STAR Collaboration),  
*PRL 114 ('15) 022301.*

# $\Lambda\Lambda$ correlation in HIC

## ■ Merit of HIC to measure $\Lambda\Lambda$ correlation

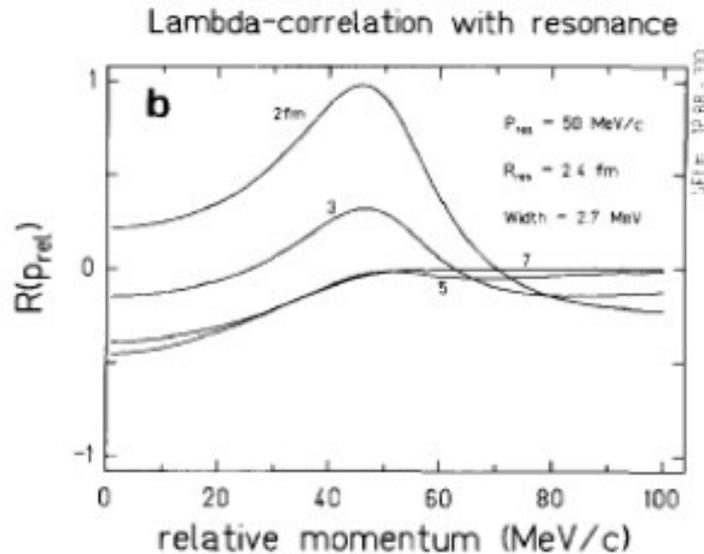
- Source is “Simple and Clean” !  
T,  $\mu$ , flow, size, ... are well-analyzed.

- Nearly Stat. prod.  
→ Many exotics will be produced.

*Schaffner-Bielich, Mattiello, Sorge ('00), Cho et al.(ExHIC Collab.) ('11)*

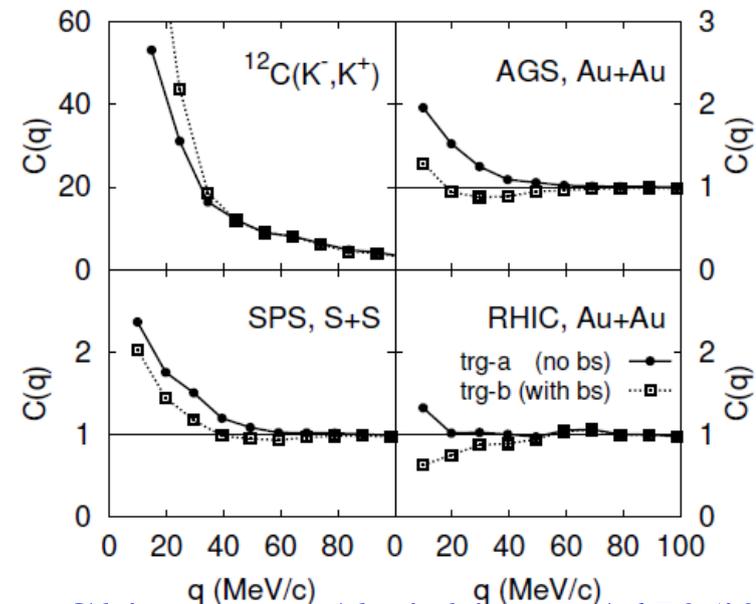
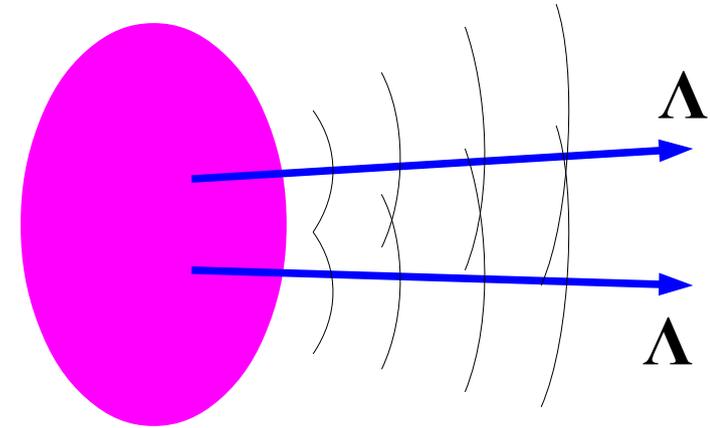
- Discovery of “H” and/or Constraint on  $\Lambda\Lambda$  int.

*Bound state exhaust the low q strength → suppressed  $C(q)$ .*



*C. Greiner, B. Muller, PLB219('89)199.*

*AO, Hirata, Nara, Shinmura, Akaishi, NPA670('00)297c*



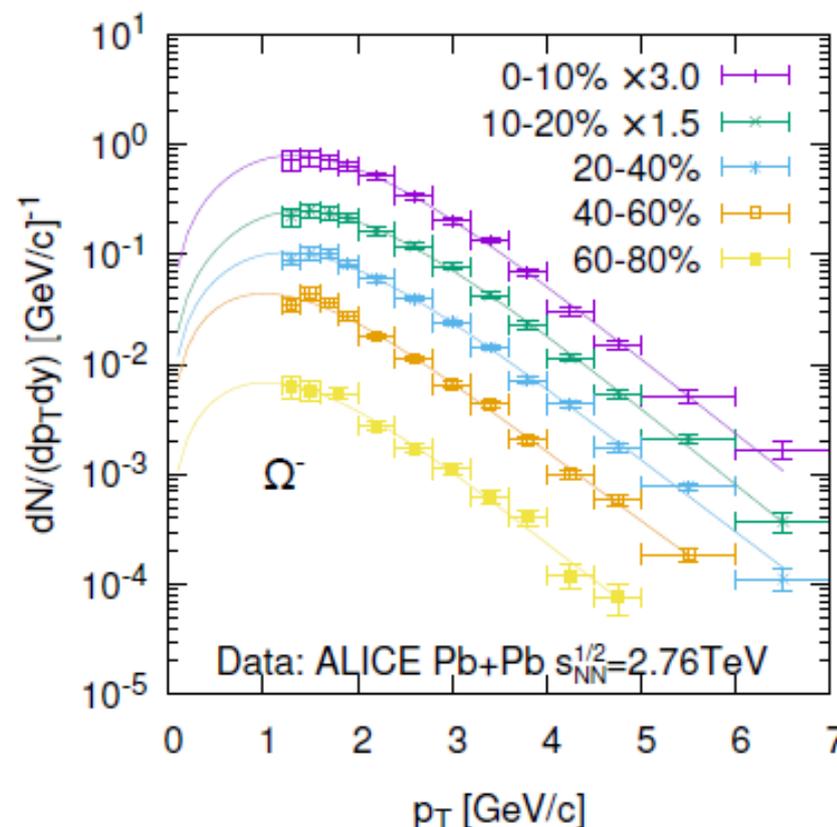
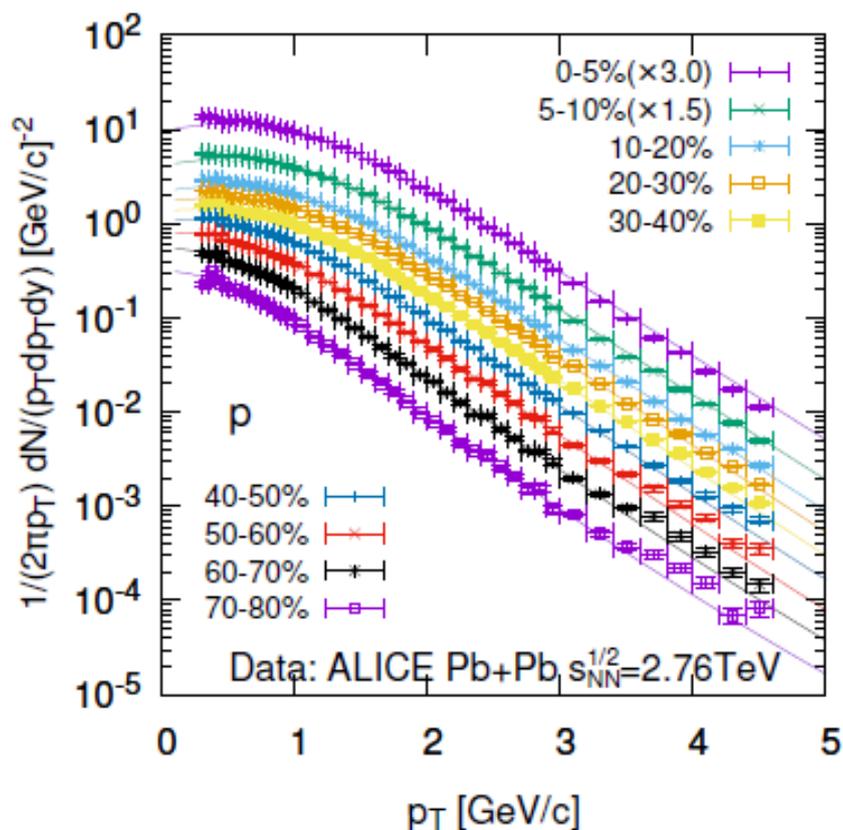
# Source function

## ■ Blast wave model fit

Flow velocity

$$d^4 x S_i(x, p) = \tau_0 d\eta_s d^2 r_T \frac{d}{(2\pi)^3} \underline{n_f(u \cdot p, T)} \exp\left(-\frac{r_T^2}{2R_T^2}\right)$$

Fermi dist.



*K. Morita, S. Gongyo, T. Hatsuda, T. Hyodo, T. Iritani, AO, K. Sasaki, in prep.*