

# ジオメトリ・グラウバー模型

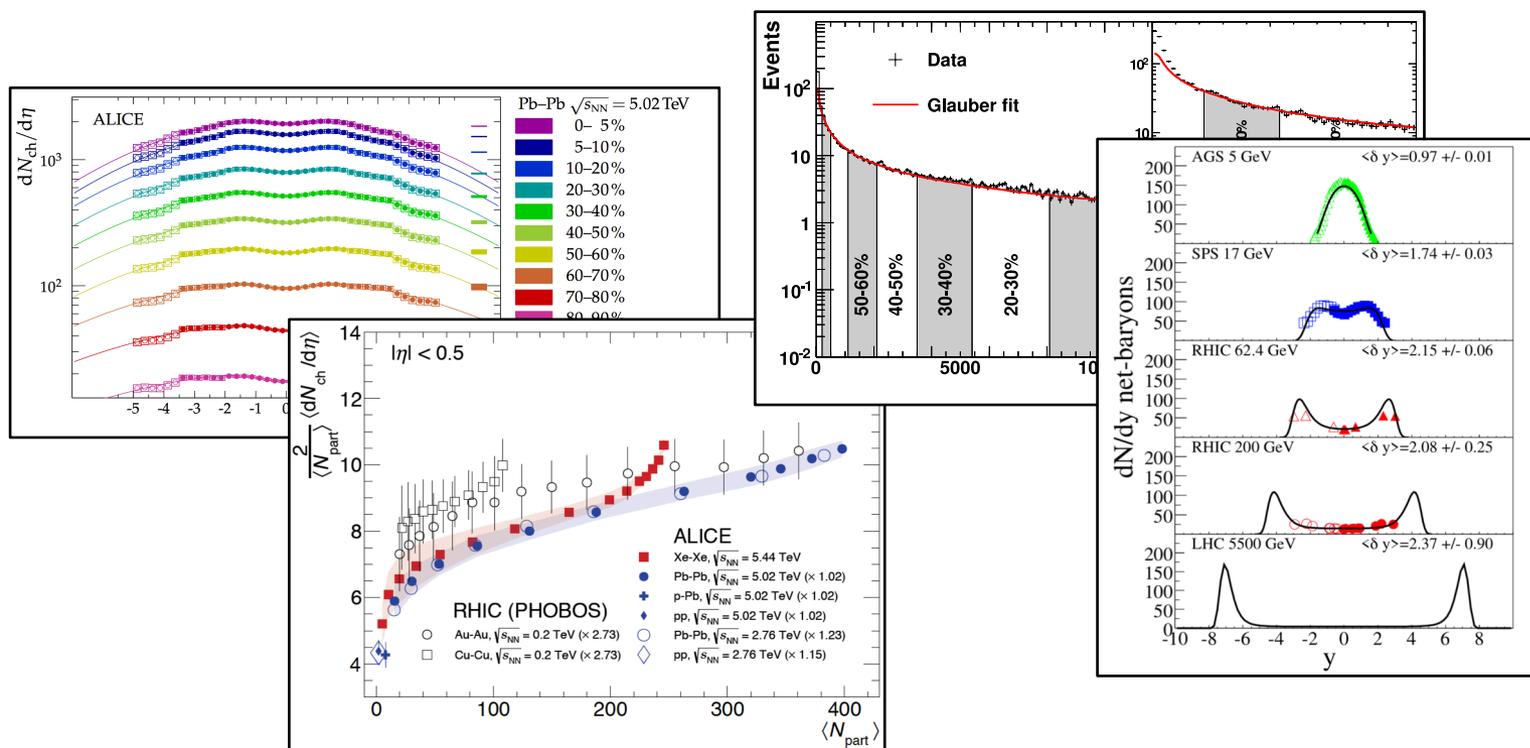
---

門内 晶彦 (KEK)

チュートリアル研究会「高エネルギー重イオン衝突の物理：  
基礎・最先端・課題・展望」  
2019年8月19日、理化学研究所、和光

# 概要

1. 重イオン衝突とは
2. ジオメトリとグラウバー模型
3. 基本的な観測量

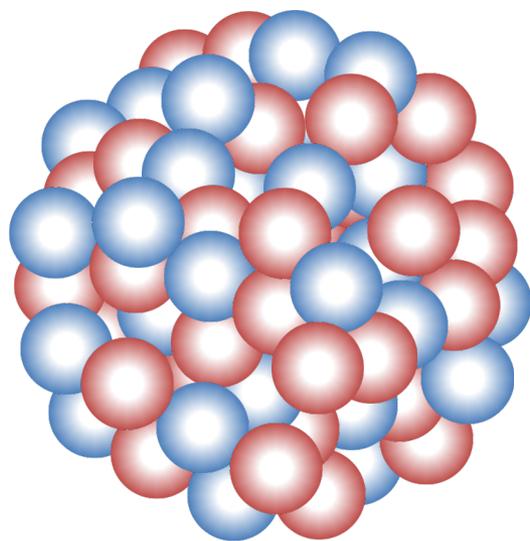


# 「重イオン衝突」とは

---

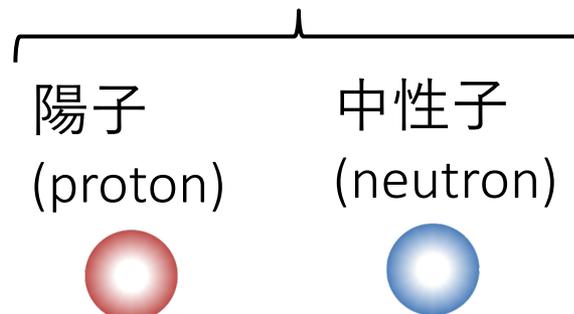
# 重イオン (heavy ion)

- 重元素の原子核 金 ( $^{197}\text{Au}$ , gold) , 鉛 ( $^{208}\text{Pb}$ , lead) など



↔  
 $R = 6 \sim 7 \text{ fm}$ 位  
(核子数) $^{1/3}$ ほど

核子 (nucleon)



陽子  
(proton)



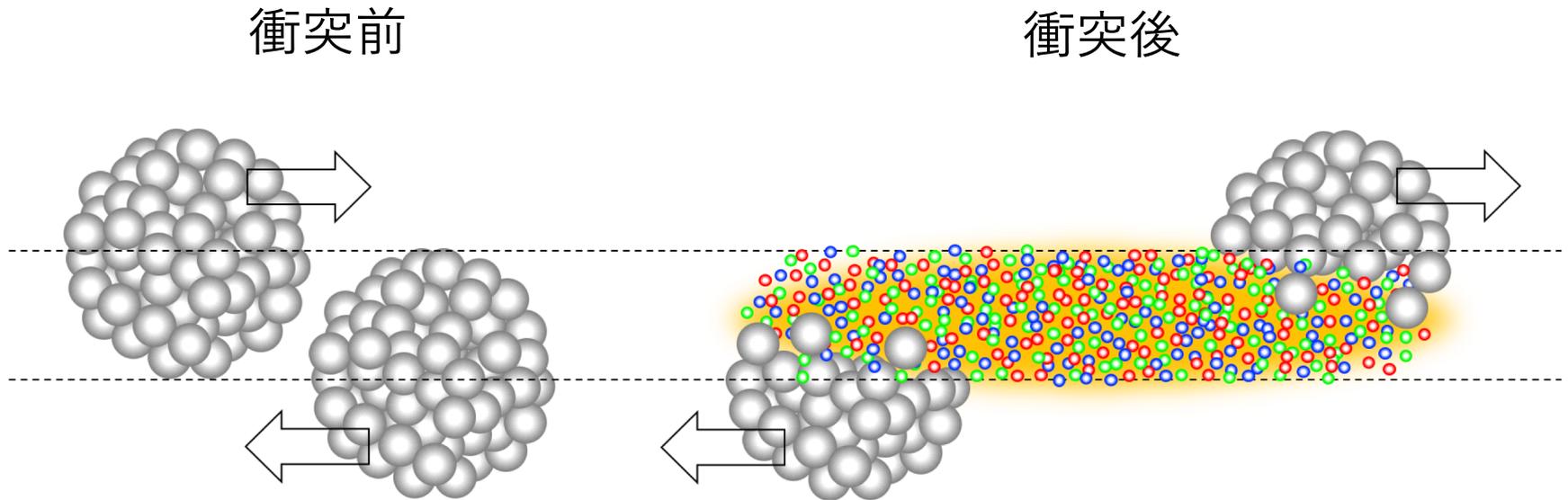
中性子  
(neutron)



↔  
1 fm位

# 重イオン衝突 (heavy ion collision)

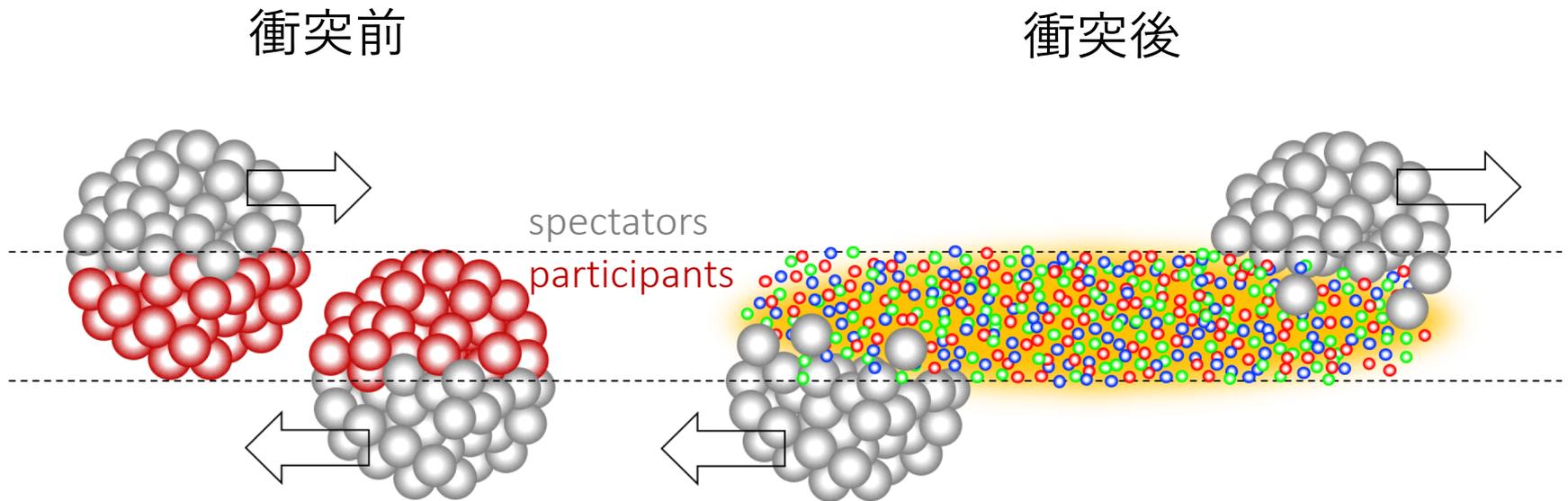
## ■ 模式図



- ▶ 衝突で重なり合った部分に媒質が生成すると考えられる

# 重イオン衝突 (heavy ion collision)

## ■ 模式図

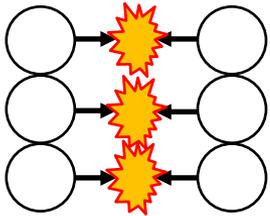


- ▶ 衝突で重なり合った部分に媒質が生成すると考えられる
- ▶ 衝突に参加する核子を **participant** そうでない核子を **spectator** と呼ぶ

# $N_{\text{part}}$ と $N_{\text{coll}}$

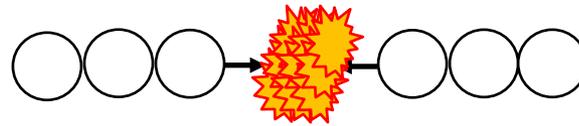
- $N_{\text{part}}$  (number of participants): 参加した核子数
- $N_{\text{coll}}$  (number of collisions): 核子-核子衝突の数

例:



$$N_{\text{part}} = 6$$

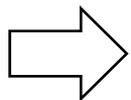
$$N_{\text{coll}} = 3$$



$$N_{\text{part}} = 6$$

$$N_{\text{coll}} = 9$$

- ▶  $N_{\text{coll}}$  は観測量ではないためジオメトリを記述する模型が必要  
( $N_{\text{spec}}$  は測定されるが補正が必要)



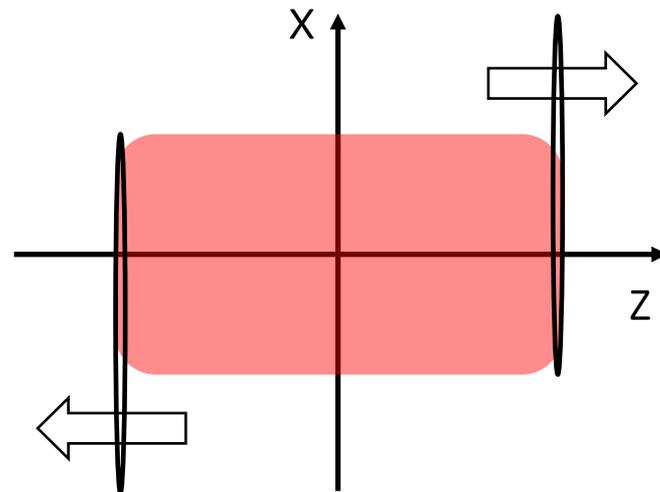
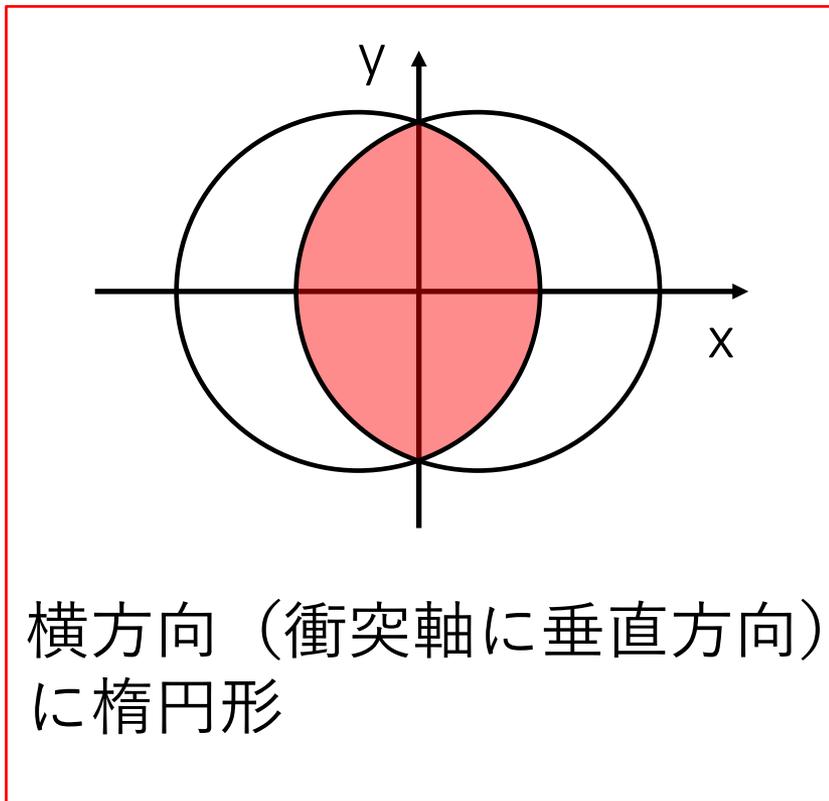
グロウバー模型 (Glauber model) を考える

# ジオメトリとグラウバー模型

---

# ジオメトリ (geometry)

## ■ 重イオン衝突のかたち

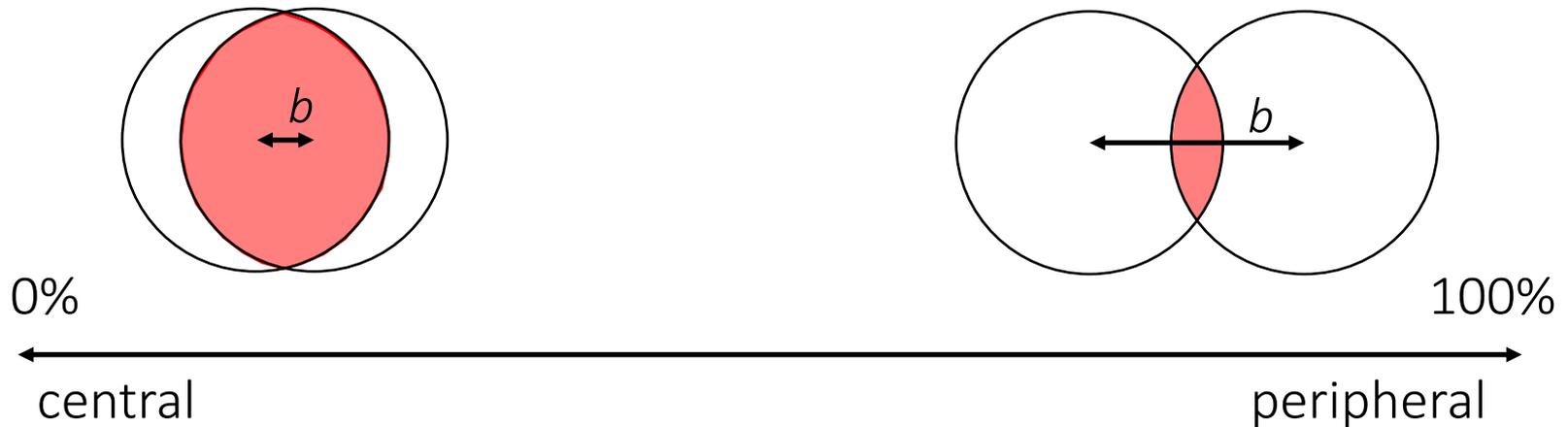


※ローレンツ収縮で原子核は板状に潰れる (RHICで1/100程度)

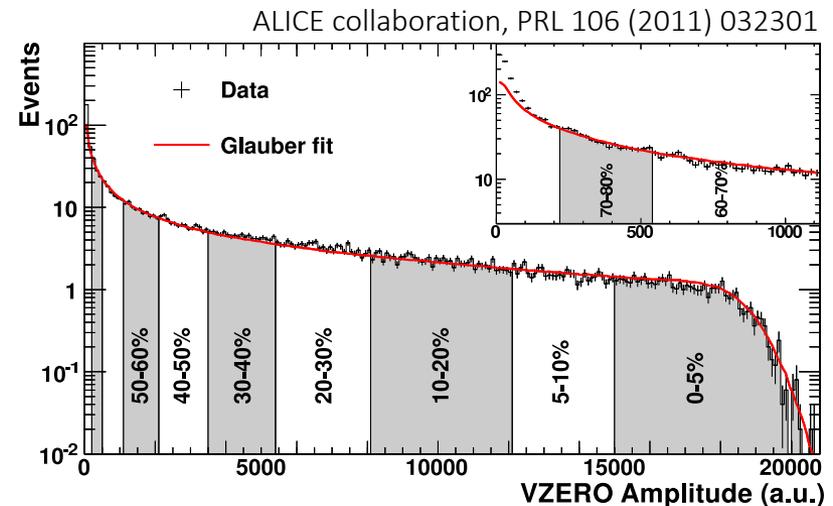
# 横方向のジオメトリ

■ セントラリティ (centrality)

$b$ : impact parameter (中心間距離)



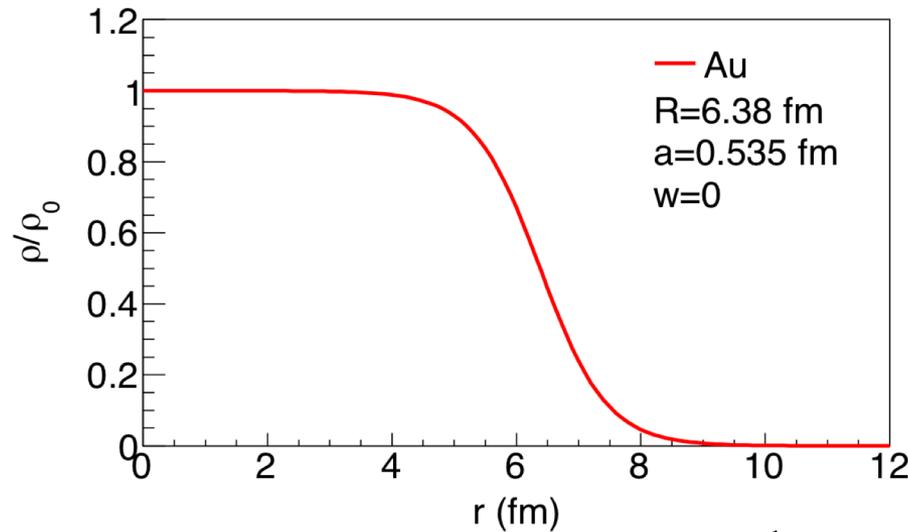
全イベントを並べて、粒子収量が多い方から数えて 0-5%, 5-10%, ..., 95-100% のように呼ぶ



# グラウバー模型

## ■ 垂直方向の空間的配置を与える模型

### 1. Woods-Saxon分布に基づき原子核の密度分布を決める



$$\rho(r) = \rho_0 \frac{1 + w(r/R)^2}{1 + \exp [(r - R)/a]}$$

△ p, d,  $^3\text{He}$ などは異なる取り扱い

核子のランダム配置を考える  
Monte-Carlo Glauber model

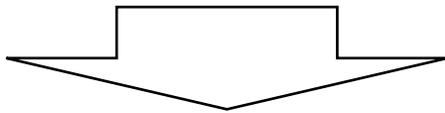
そのまま解析計算をする  
Optical Glauber model

# モンテカルログラウバー模型



## ■ 垂直方向の空間的配置を与える模型

### 2. 核子を分布に基づいて配置

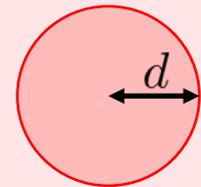


### 3. ランダムな距離の二原子核を用意し核子-核子衝突があるか判定する

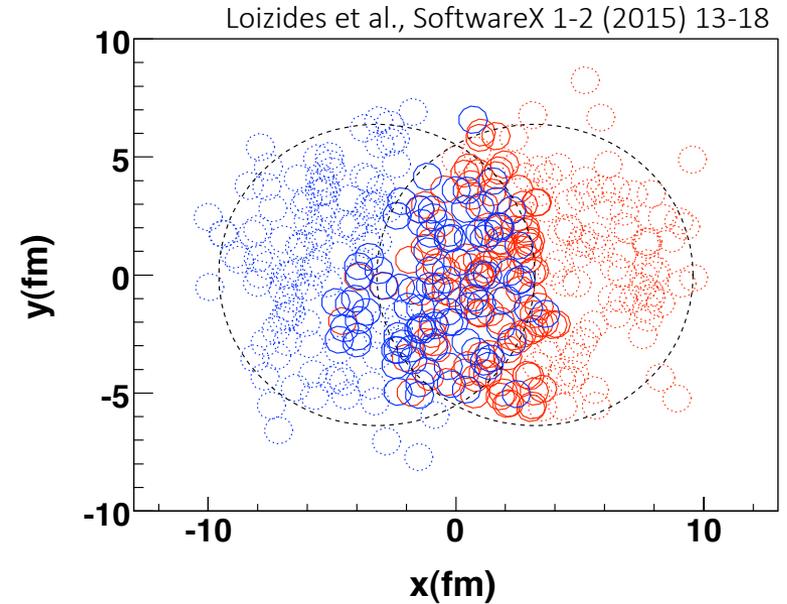
#### ♠ 判定条件

核子-核子衝突の非弾性散乱断面積:  $\sigma_{NN}$

核子対の距離が  $d < \sqrt{\sigma_{NN}/\pi}$  のときに  
「衝突」があったとする



面積  $\sigma_{NN}$  の円

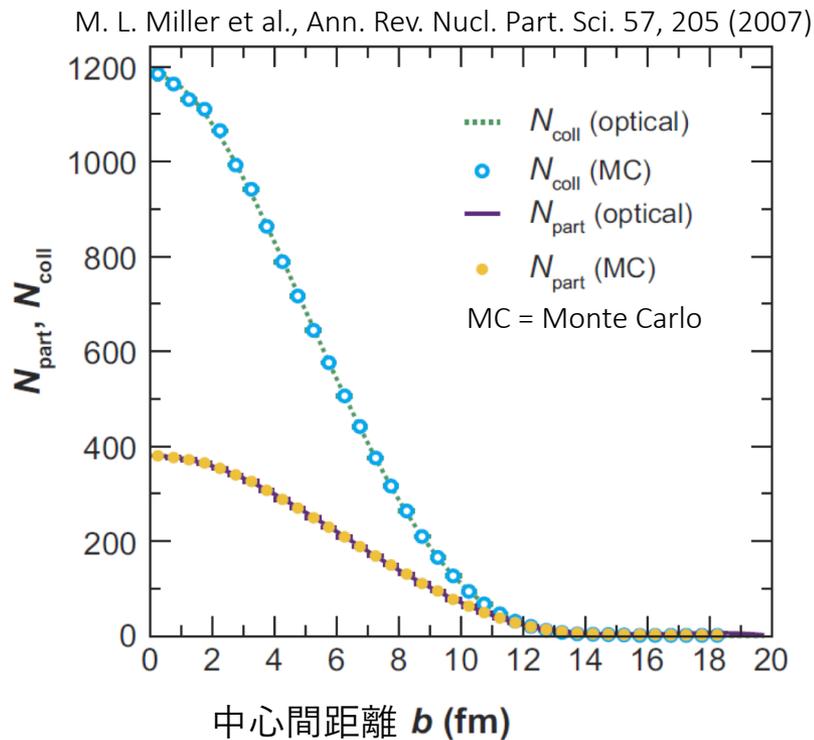


# モンテカルログラウバー模型



## ■ 垂直方向の空間的配置を与える模型

### 3. (続き) $b$ , $N_{\text{coll}}$ , $N_{\text{part}}$ が計算出来る



Au-Au 200 GeVの場合  $\sigma_{NN} = 42$  mb

class	$\langle N_{\text{part}} \rangle$	$\langle N_{\text{coll}} \rangle$	$\langle b \rangle$ (fm)
0-10%	325.2	955.4	3.2
10-20%	234.6	602.6	5.7
20-30%	166.6	373.8	7.4
30-40%	114.2	219.8	8.7
40-50%	74.4	120.3	9.9
50-60%	45.5	61.0	11.0
60-70%	25.7	28.5	11.9
70-92.2%	9.5	8.3	13.5

K. Reygers, <https://www.phenix.bnl.gov/phenix/WWW/p/draft/reygers/glauber>

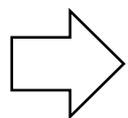
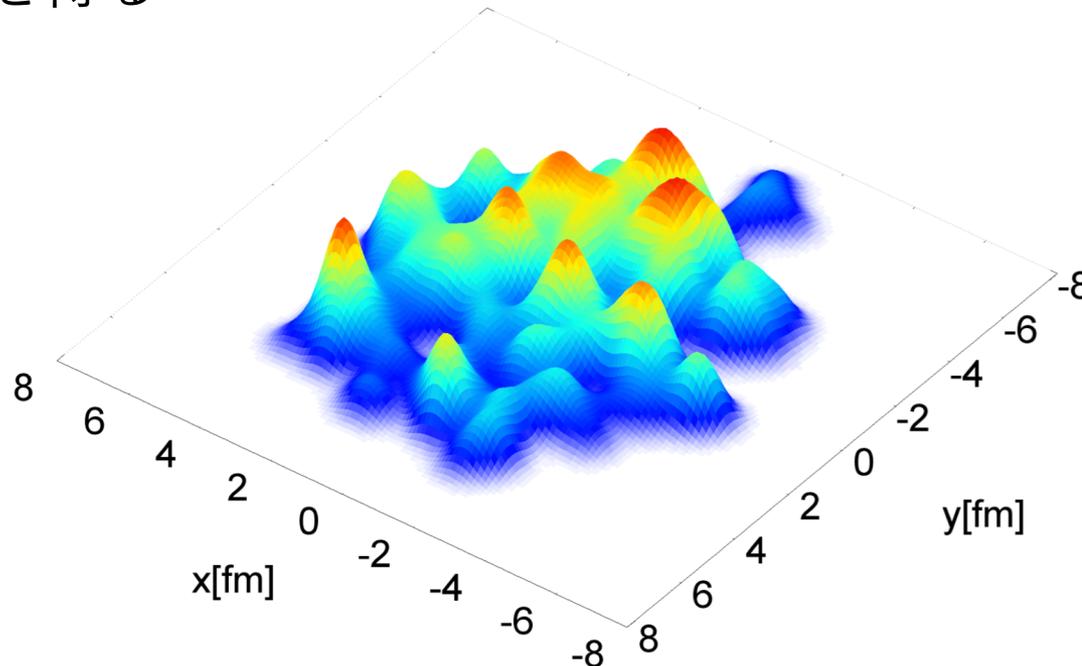
# モンテカルログラウバー模型



## ■ 垂直方向の空間的配置を与える模型

4. 核子-核子衝突の位置にエネルギー/エントロピーを与えて  
その分布を得る

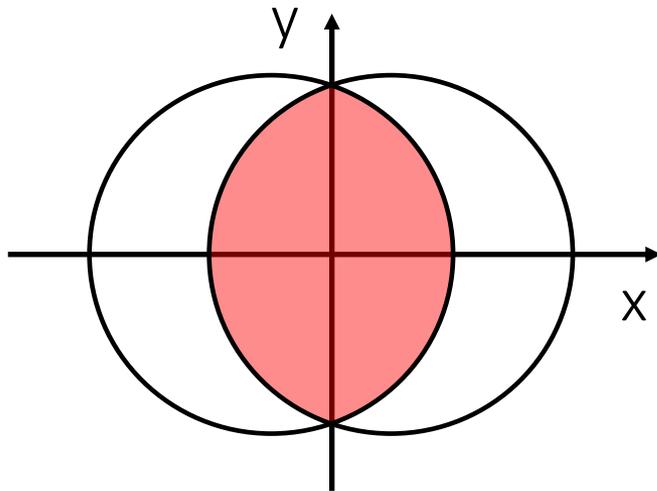
Fig: B. Schenke et al.,  
PRL 108, 252301 (2012)



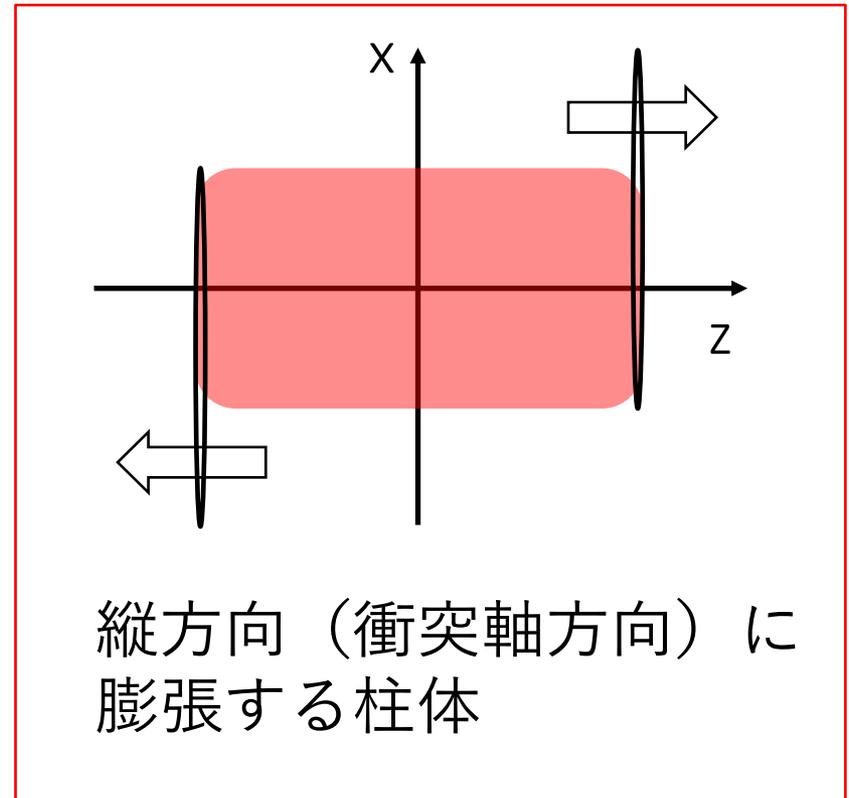
流体模型を含め様々なモデルの初期条件に用いられる

# 縦方向のジオメトリ

## ■ 重イオン衝突のかたち



横方向（衝突軸に垂直方向）  
に楕円形



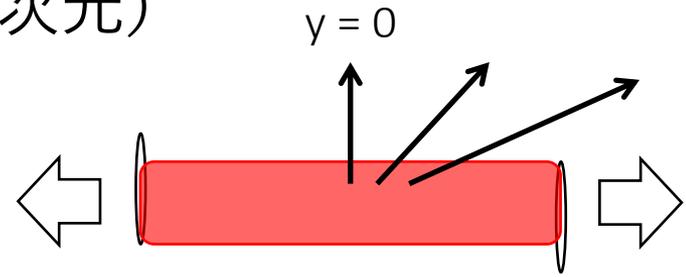
縦方向（衝突軸方向）に  
膨張する柱体

# ラピディティ (rapidity)

- 衝突軸方向の運動量の指標 (無次元)

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z}$$

光速に近い速さで膨張する系を記述するのに便利



$y$	0	1	3	$\infty$
$p_z/E$	0	0.76	0.995	1

- 実験では擬ラピディティ (pseudorapidity) がよく用いられる

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \frac{|\mathbf{p}| + p_z}{|\mathbf{p}| - p_z}$$

$$E^2 = \mathbf{p}^2 + m^2$$

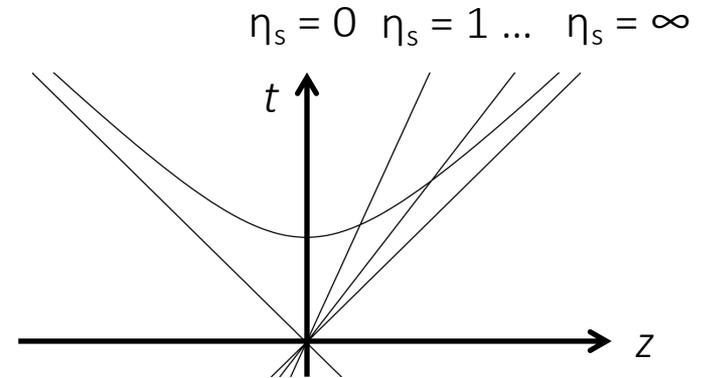
粒子種がわからなくても運動量だけで定義できる

# ラピディティ

- 座標空間で時空(spacetime)ラピディティが定義できる

$$\eta_s = \frac{1}{2} \ln \frac{t+z}{t-z}$$

運動量空間のラピディティと異なる  
(ただし大まかな相関あり)



## ♠ 便利な関係式

$$\begin{cases} t = \tau \cosh \eta_s \\ z = \tau \sinh \eta_s \end{cases}$$

固有時間 (proper time):  $\tau = \sqrt{t^2 - z^2}$

$$\begin{cases} E = m_T \cosh y \\ p_z = m_T \sinh y \end{cases}$$

横質量 (transverse mass):  $m_T = \sqrt{E^2 - p_z^2}$

# 基本的な観測量（の一部）

---

# 荷電ハドロン数 $N_{ch}$

- 実験的に電荷を持った粒子(charged hadrons)を観測しやすい

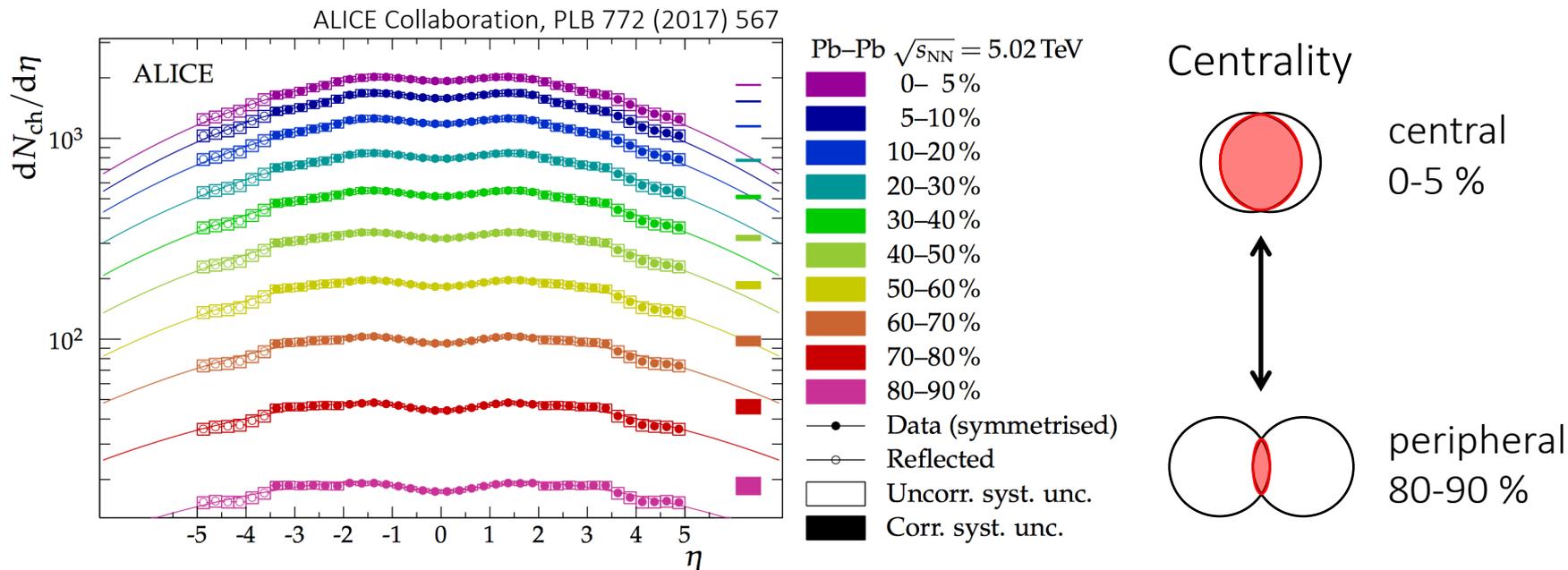
	電荷	$\pi$ 中間子	K中間子	核子	ハイペロン
➡	Q = +1	$\pi^+$	$K^+$	p	
	Q = 0	$\pi^0$	$K^0, \bar{K}^0$	n, $\bar{n}$	...
➡	Q = -1	$\pi^-$	$K^-$	$\bar{p}$	

➡ particle identificationを経て個別の粒子情報 ( $N_{\pi^+}$ , etc.)  
が得られる

※ 座標空間ではなく運動量空間の分布として与えられる

# 荷電ハドロン分布 $dN_{ch}/d\eta$

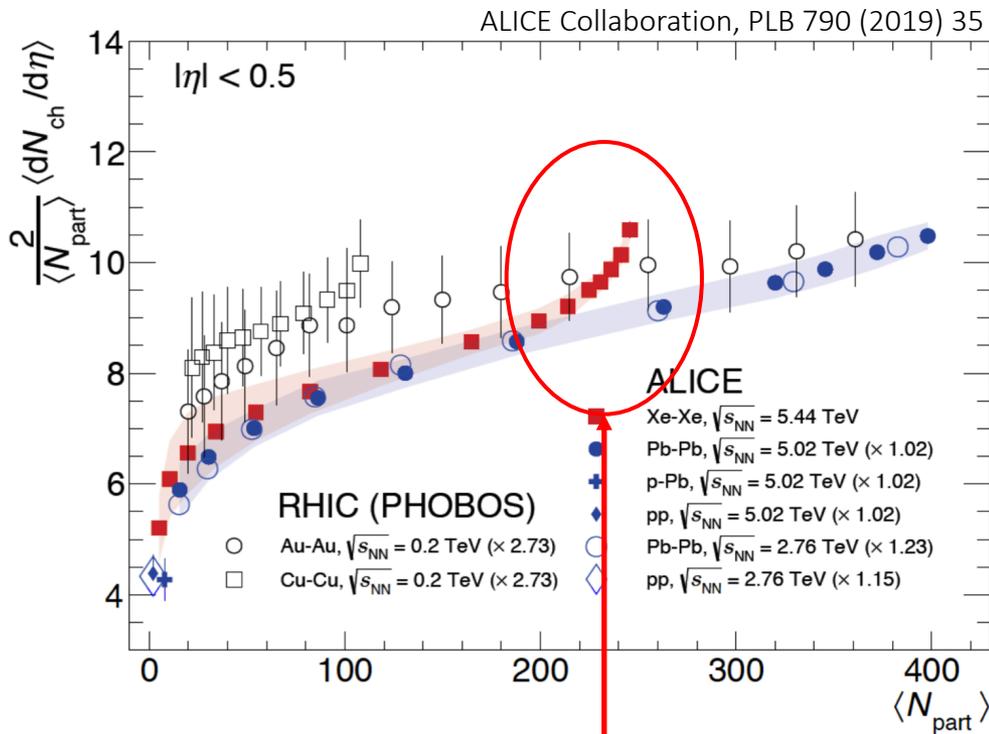
- 新しい衝突系・エネルギーで重要となる量の一つ



- ▶ 系のエネルギーやサイズの目安となる (模型の規格化などにも用いられる)

# $dN_{ch}/d\eta$ の $N_{part}$ 依存性

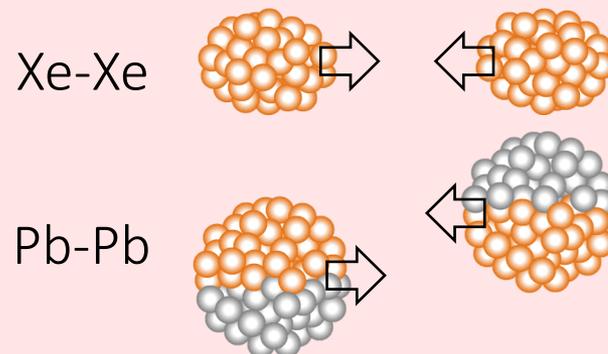
- ジオメトリに関する情報が得られる



- ▶ 横軸: 参加核子数  
(セントラルリティに依存)
- ▶ 縦軸: 中央ラピディティでの荷電ハドロン生成  
(ppと比較のため  $N_{part}/2$  で割られている)

同じ  $N_{part}$  で異なる粒子生成

ジオメトリの違い



# ネットバリオン分布 $dN_B/dy$

- ネットバリオン数（バリオン数-反バリオン数）は保存量

- ▶ 衝突原子核に由来するため「原子核の破片」の位置がわかる

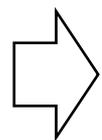
- 衝突前には、最も単純には

$$y_p = y(E = \sqrt{s_{NN}}/2)$$

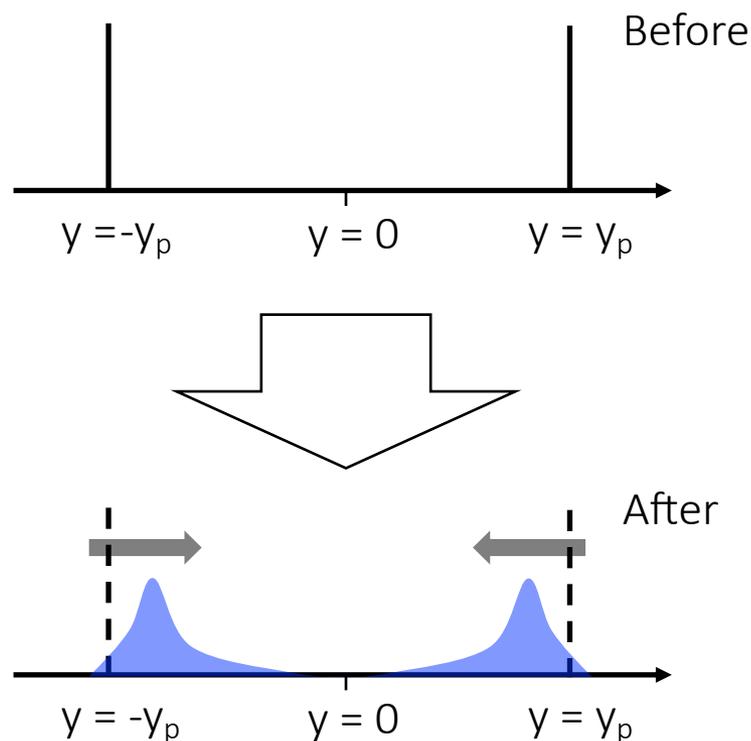
にピークがあるはず

\*実際は複合粒子なのでぼやけている

- 運動量の交換があれば、平均ラピディティ  $\langle y \rangle$  は小さくなる



バリオンストップング  
(baryon stopping)



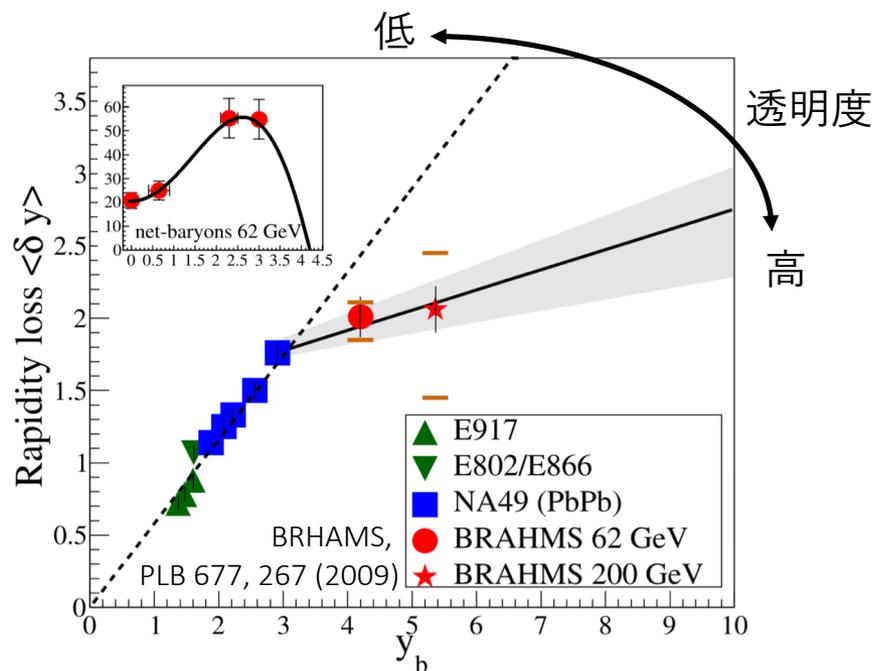
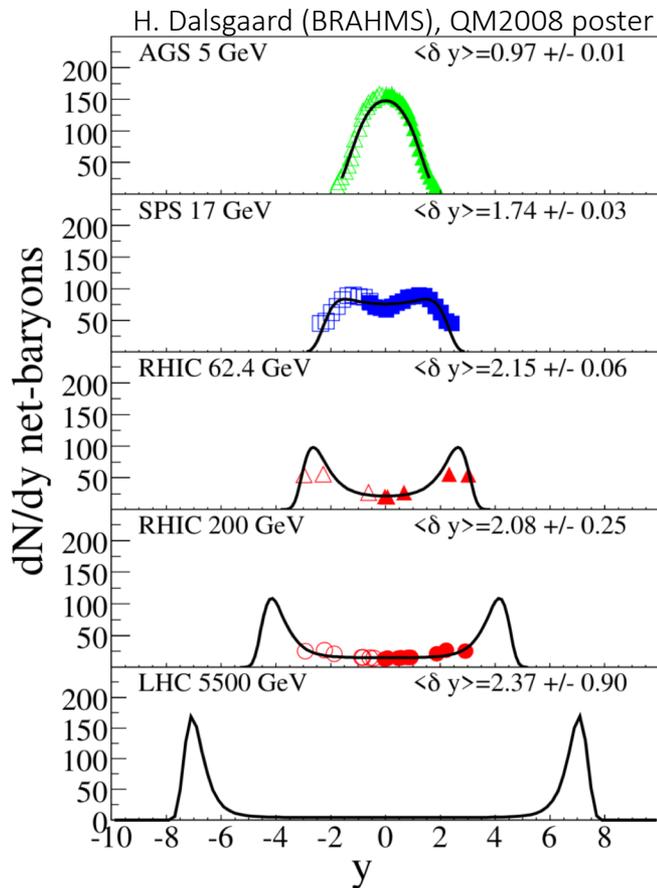
# ネットバリオン分布 $dN_B/dy$

## ■ 実験データ

▶ 実際の平均ラピディティとの差

$$\langle \delta y \rangle = y_p - \langle y \rangle$$

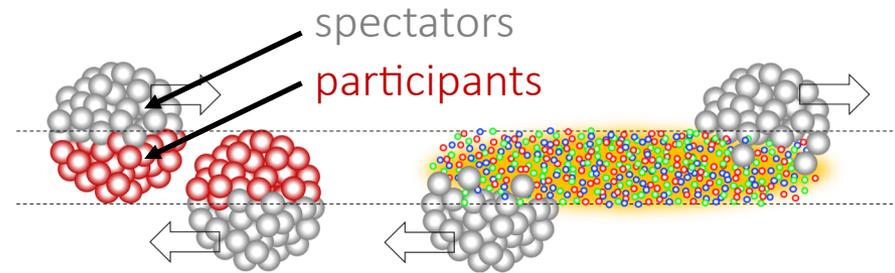
は衝突の透明度を表す指標となる



# まとめ

## 1. ジオメトリ

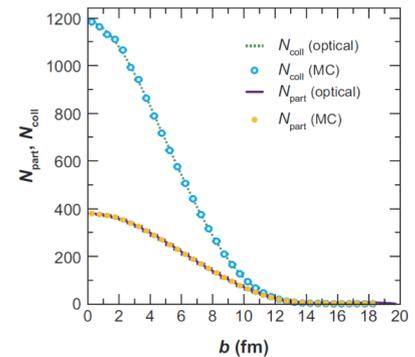
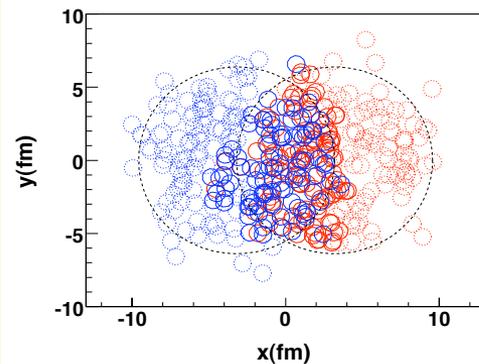
- 2つの原子核の重なり領域に媒質が生成され、衝突軸方向に膨張する



## 2. (モンテカルロ)グラウバー模型

- Woods-Saxon分布に基づき核子を配置し、核子-核子衝突があるか  $\sigma_{NN}$  を基に判定

-  $N_{\text{coll}}$ ,  $N_{\text{part}}$ ,  $b$ などを計算でき、初期条件を得られる



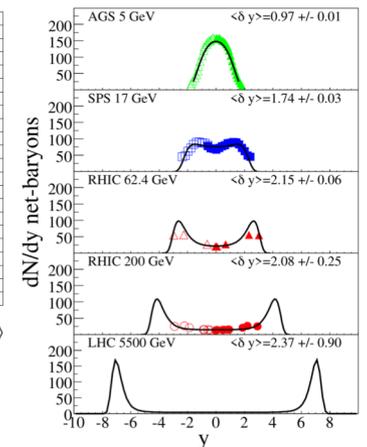
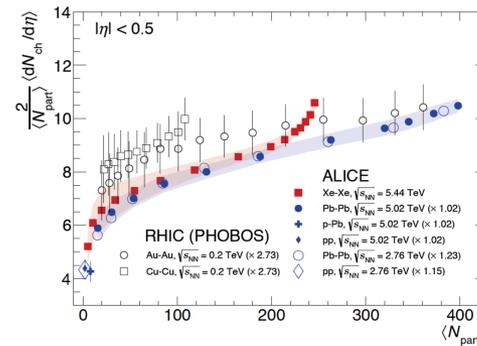
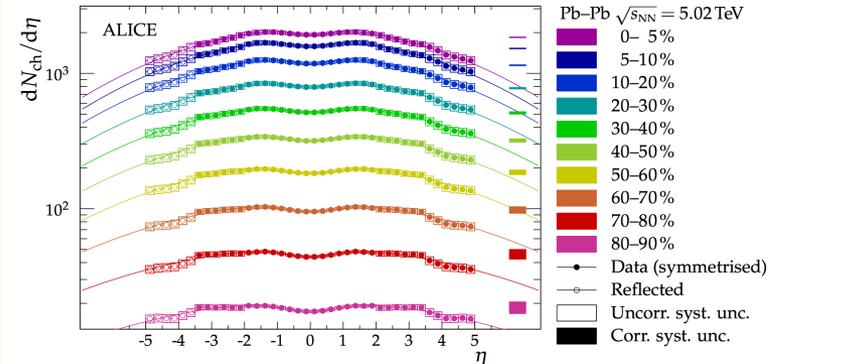
# まとめ

## 3. 基本的な図やデータの理解

- 荷電ハドロン分布  $dN_{ch}/d\eta$   
系のエネルギー・モデルの規格化に関する知見が得られる

-  $dN_{ch}/d\eta$  の  $N_{part}$  分布  
系のジオメトリに関する情報が得られる

- ネットバリオン分布  $dN_B/dy$   
衝突でどれだけ運動量を交換したか(透明度)を評価できる



etc ...