

# EIC理論入門

八田佳孝

ブルックヘブン国立研究所

理研BNL研究センター

# EICとは...

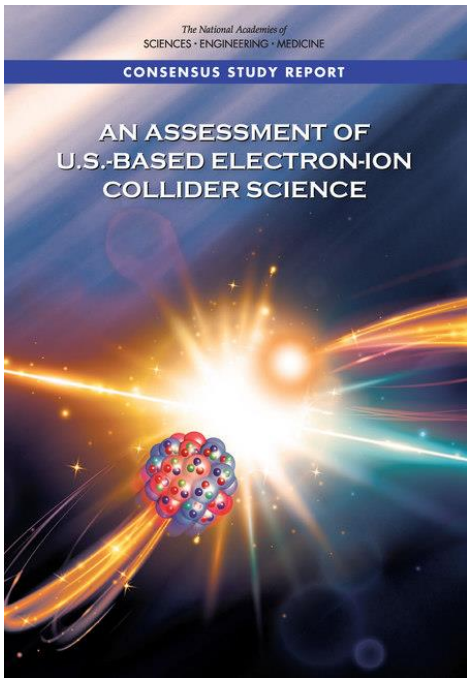
世界で唯一、現時点で建設が決定している新しい素粒子原子核物理加速器

2032年（？）稼働開始、20年は続くと想定される。  
（RHICは2000年から今まで稼働している）

量子色力学（QCD）がメイン。クォークとグルオンによる陽子、中性子、原子核の理解を目指す。

アメリカでは将来を見据えて、EIC関連の公募、研究会が増えてきている。

日本では...



NAS 報告書 (2018)

# EICのゴール

## An Assessment of U.S.-Based Electron-Ion Collider Science

Committee on U.S.-Based Electron-Ion Collider Science

Board on Physics and Astronomy

Division on Engineering and Physical Sciences

A Consensus Study Report of

*The National Academies of*  
SCIENCES • ENGINEERING • MEDICINE

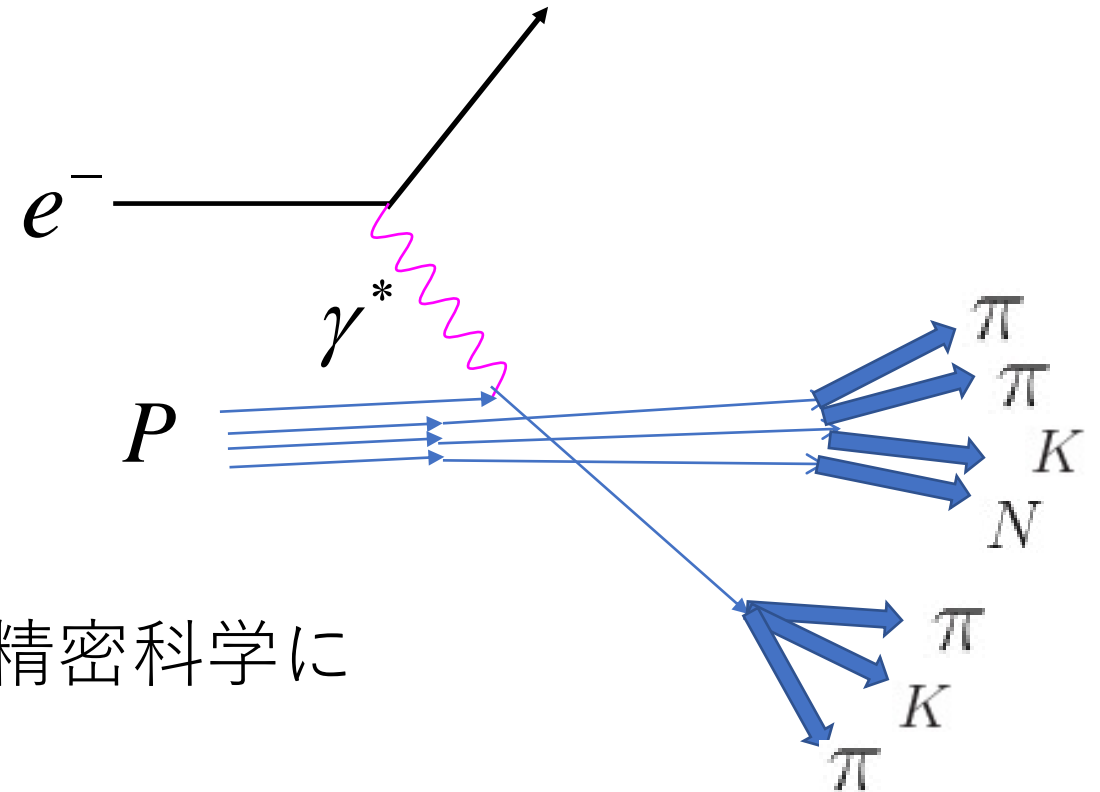


**Finding 1:** An EIC can uniquely address three profound questions about nucleons—protons—and how they are assembled to form the nuclei of atoms:

- How does the mass of the nucleon arise?
- How does the spin of the nucleon arise?
- What are the emergent properties of dense systems of gluons?

# 深非弾性散乱 Deep Inelastic Scattering

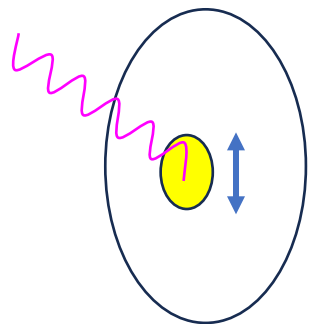
- 陽子、原子核を光速に近い速さまで加速して仮想光子で叩く。
- 弾性散乱 → 形状因子
- 非弾性散乱 (DIS)  
→ 叩いた瞬間のクォークの分布が見える



ファインマンのパートン描像をQCDで精密科学に  
→ HERA 実験 (ドイツDESY研究所)

# 基本力学変数

$Q^2$  仮想光子のバーチャリティ

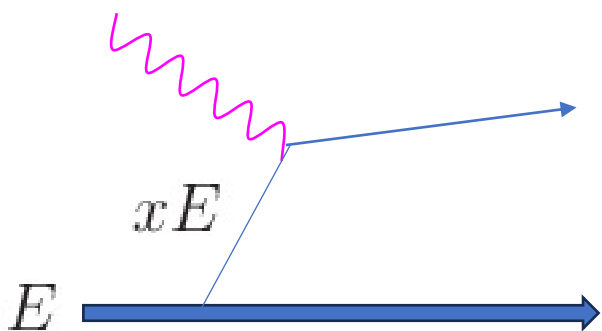


断面積  $1/Q^2$  の領域を探る

顕微鏡の倍率のようなもの

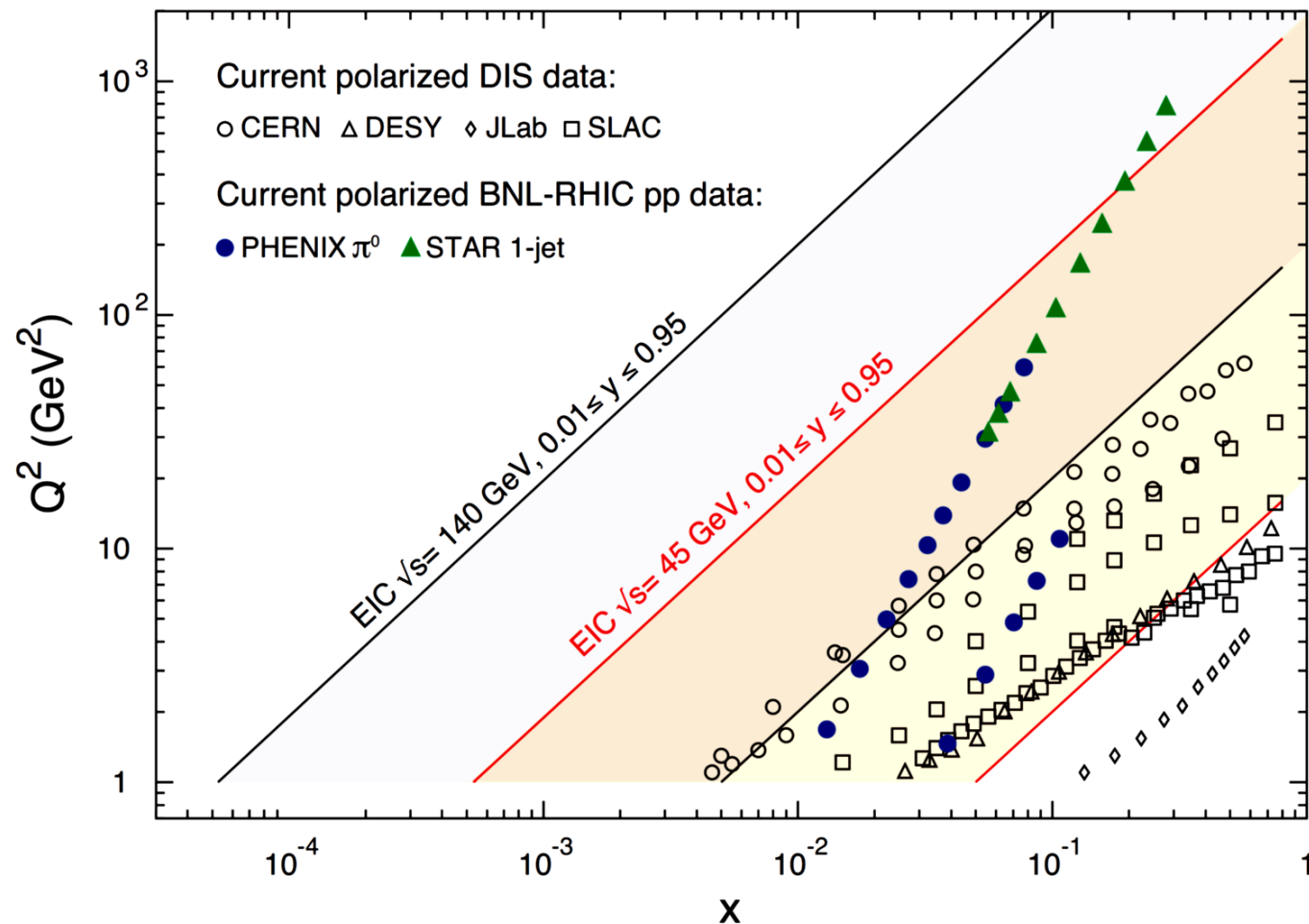
$$x = \frac{Q^2}{2P \cdot q}$$

Bjorken変数



$$x = \frac{E_{\text{quark}}}{E_{\text{proton}}}$$

光子と反応するクォークの、陽子エネルギーに対する割合



# EIC vs. HERA

ルミノシティー（衝突の頻度）      HERAの1000倍

エネルギー       $20 \text{ GeV} < \sqrt{s} < 140 \text{ GeV}$       HERA (320GeV)よりは低い

電子、陽子ともに偏極可能      HERAではHERMESでの固定標的実験

いろいろな原子核標的      HERAは陽子のみ

実験は今のところ1つ      HERAではH1, ZEUS

ハドロンの多次元構造      HERAでは1次元構造がメイン

# パートン分布関数 (PDF)

$$q(x) = \int \frac{dz^-}{2\pi} e^{ixP^+z^-} \langle P | \bar{q}(0) \gamma^+ W_{[0,z^-]} q(z^-) | P \rangle$$

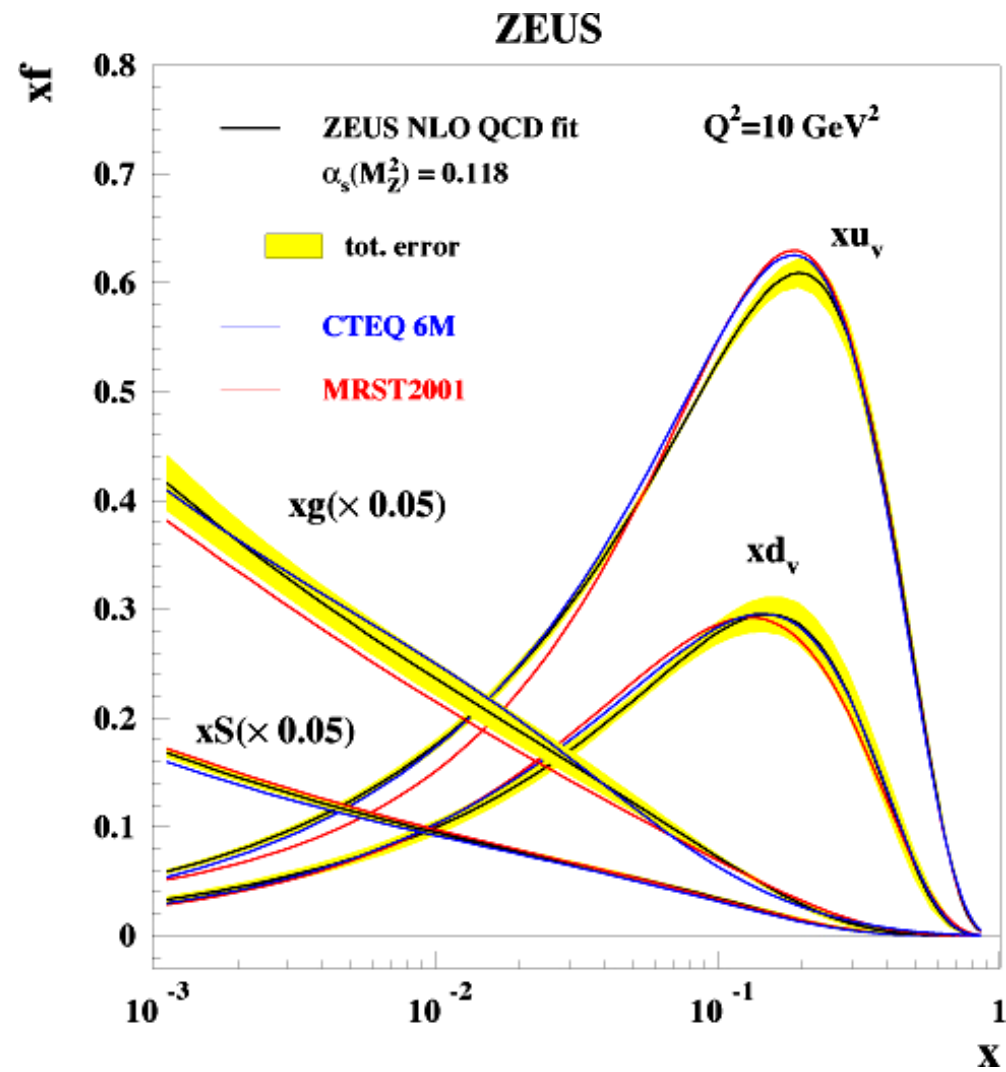
光円錐座標  $z^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(z^0 \pm z^3)$

与えられた運動量割合  $x$  を持つクォークの数密度分布  
→ 「1次元」構造

いろいろな実験データを合わすように決定できる。

→ **Global analysis**

最近では格子QCDによる直接計算も盛んに行われている。



# QCD因子化定理

$$\sigma(P, Q) = \sum_q \int dx q(x) \sigma(xP, Q) + \mathcal{O}\left(\frac{\Lambda}{Q}\right)^{\#}$$

観測される  
断面積

パートン分布関数

摂動論でパートンレベルで計算

“高次ツイスト”補正

パートン分布関数はユニバーサル 同じ関数のセットが異なる物理量の計算に使える

過程ごとに証明が必要。成り立たない場合あり

高次ツイストに面白い物理が隠れている場合も多々あり（スピン非対称、グルオン飽和）



# 多次元パートン分布関数

パートンは陽子の進行方向以外の運動量も持っている。  
さらに、進行方向に垂直な平面内に分布している。

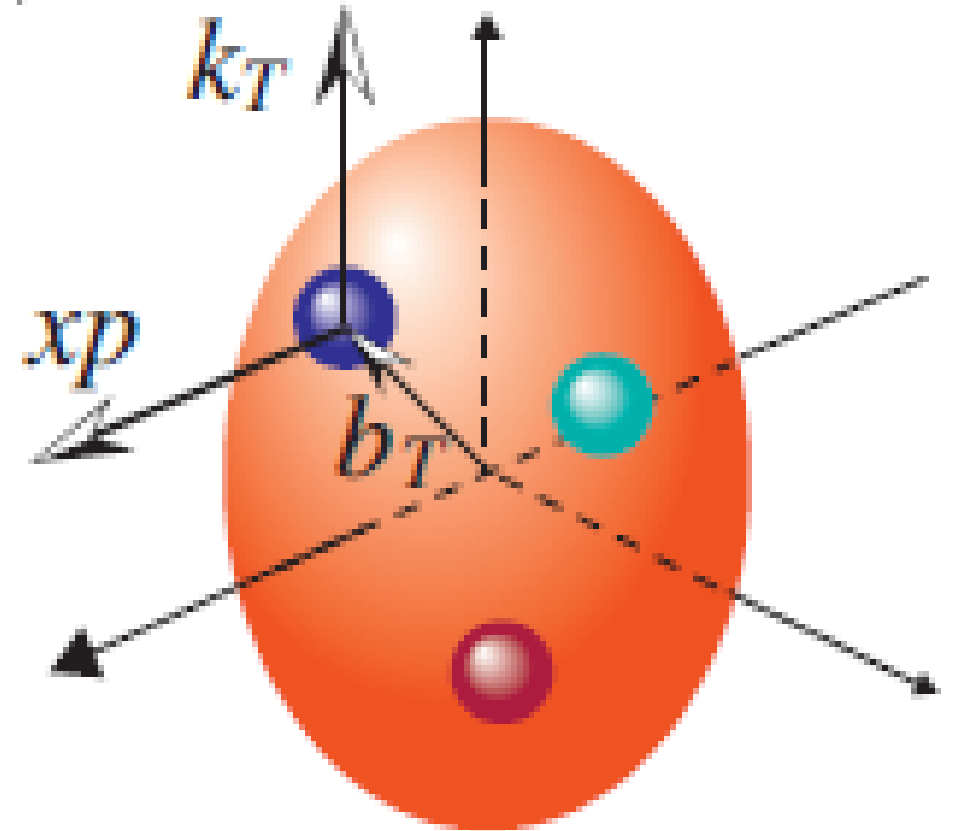
$$q(x) \rightarrow q(x, \vec{k}_\perp, \vec{b}_\perp)$$

このように拡張するメリット・必要性

位相空間の分布という詳細な内部構造が分かる。

QCDで解析可能な反応の種類が増える

$x \ll 1$  なら  $\vec{k}_\perp$  無視できないのは自然



# 横運動量依存パートン分布関数 (TMD)

## Semi-inclusive DIS

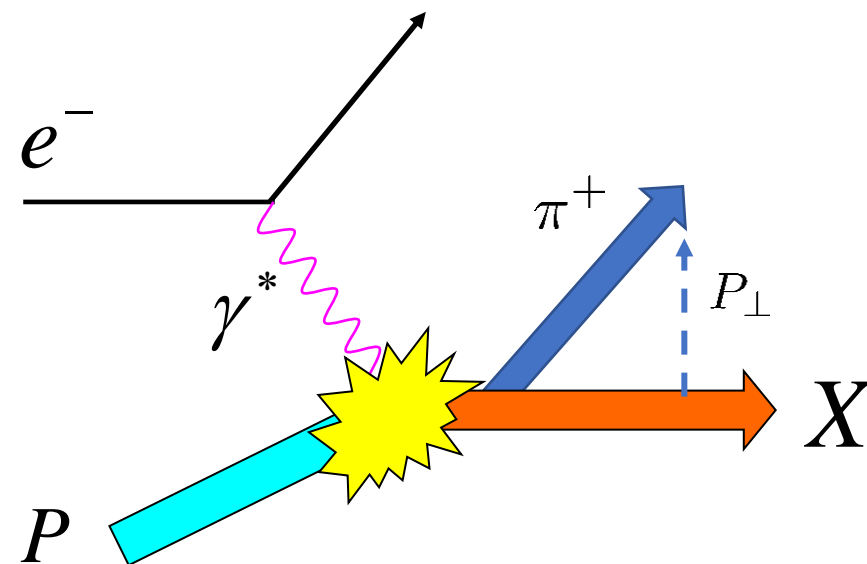
終状態で一種類のハドロンとその横運動量  $P_{\perp}$  を測定

$P_{\perp}$  が1GeV以下のとき、通常のパートン分布による摂動論では計算できない。

TMD  $q(x, \vec{k}_{\perp})$  による因子化定理 QCDで計算可能

近年精度が飛躍的に向上、Global analysisも行われている

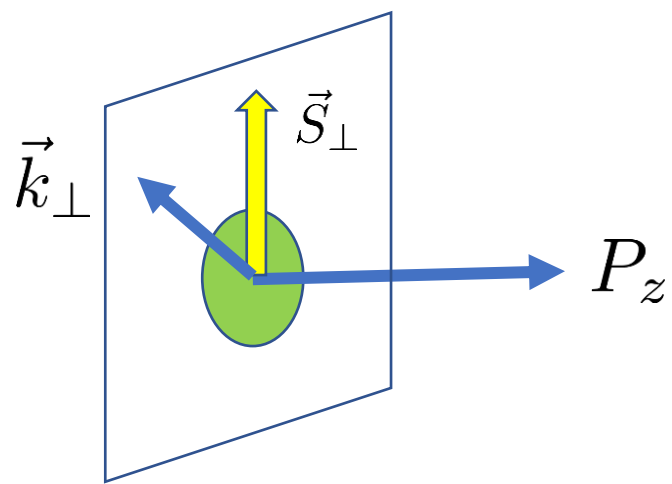
横運動量を考慮することで定性的に新しい現象も



Accuracy	$H, \mathcal{J}$	$\Gamma_{\text{cusp}}(\alpha_s)$	$\gamma_H^q(\alpha_s)$	$\gamma_r^q(\alpha_s)$	$\beta(\alpha_s)$
LL	Tree level	1-loop	–	–	1-loop
NLL	Tree level	2-loop	1-loop	1-loop	2-loop
NLL'	1-loop	2-loop	1-loop	1-loop	2-loop
NNLL	1-loop	3-loop	2-loop	2-loop	3-loop
NNLL'	2-loop	3-loop	2-loop	2-loop	3-loop
N <sup>3</sup> LL	2-loop	4-loop	3-loop	3-loop	4-loop
N <sup>3</sup> LL'	3-loop	4-loop	3-loop	3-loop	4-loop
N <sup>4</sup> LL	3-loop	5-loop	4-loop	4-loop	5-loop
N <sup>4</sup> LL'	4-loop	5-loop	4-loop	4-loop	5-loop

# シングルスピン非対称

原子核研究65 (2021) の記事も参照



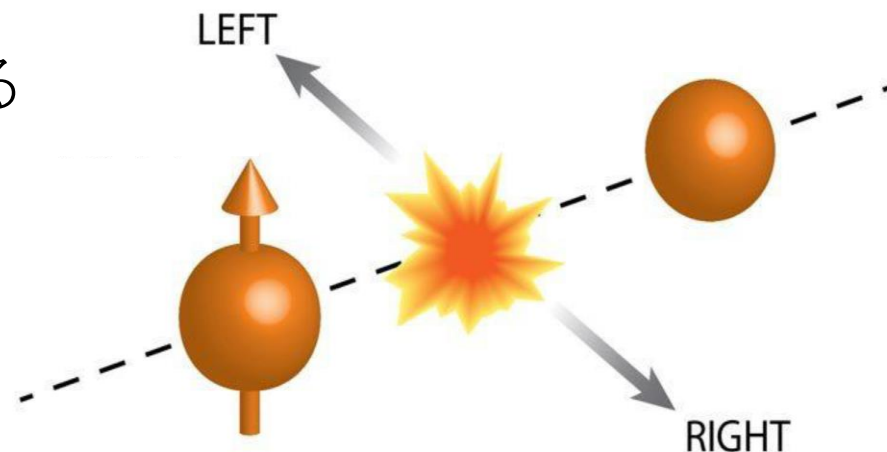
$$q(x, \vec{k}_\perp) = q(x, |k_\perp|) + \vec{S}_\perp \times \vec{k}_\perp f_{1T}(x, |k_\perp|)$$

Sivers 関数

横偏極陽子内部のパートンの分布は左右非対称  
→ 生成粒子も左右非対称、昔から実験で見えている

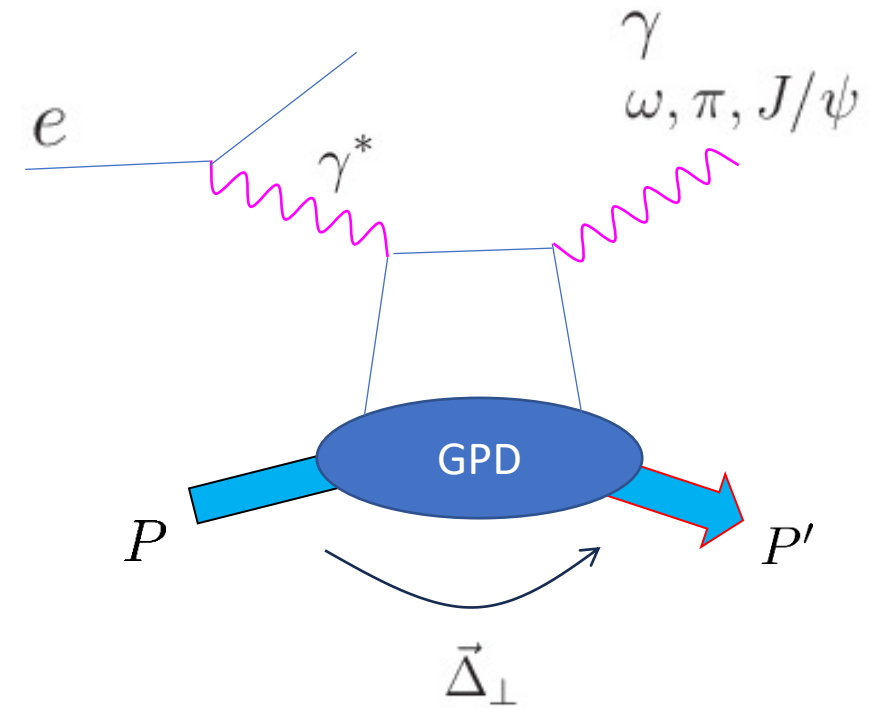
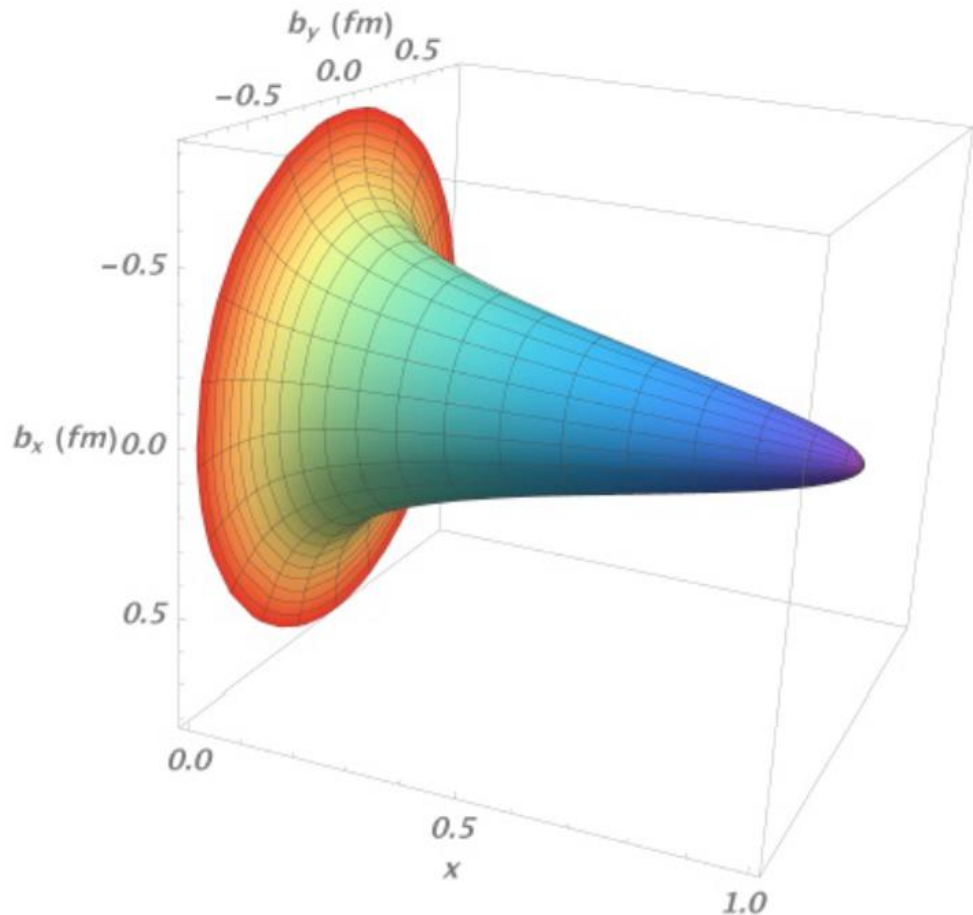
Sivers関数は違う過程に違う符号で寄与する  
ユニバーサリティの概念の拡張

EICでは非対称の起源を解き明かす



# 一般化パートン分布関数 (GPD)

**Exclusive 反応**：終状態に弾性散乱した陽子と他に粒子1つだけ



陽子の運動量移行  $\vec{\Delta}_\perp$  は衝突径数 (impact factor)  $\vec{b}_\perp$  とフーリエ共役。  
パートンの空間分布についての情報が得られる

GPD  $q(x, \vec{b}_\perp)$  による因子化定理  
断面積ではなく、散乱振幅が因子化

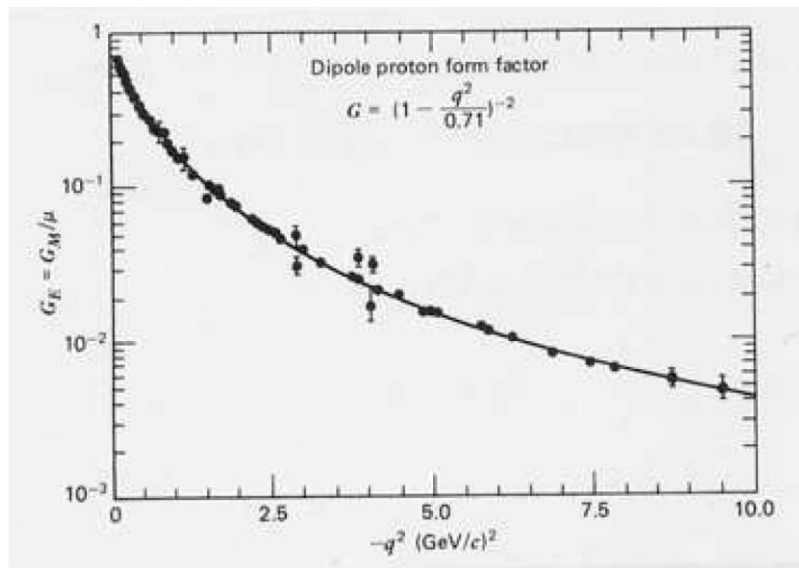
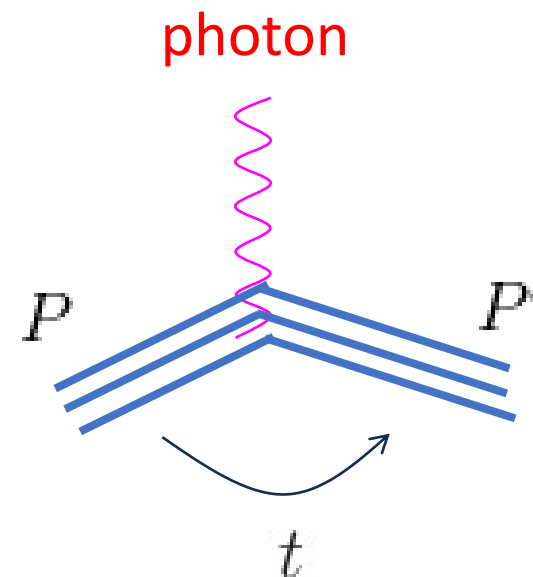
# 形状因子 Form factor

GPDの  $x$  積分  $\rightarrow$  電磁形状因子

$$\int dx q(x, \Delta_{\perp}) \sim F_1(t), F_2(t)$$

陽子内部の電荷分布

$$\langle p' | J^{\mu}(0) | p \rangle = \bar{u}(p') \left[ \gamma^{\mu} F_1 + \frac{i\sigma^{\mu\nu} \Delta_{\nu}}{2m} F_2 \right] u(p)$$



陽子半径 PRad (2019)

$$r_p = 0.831 \pm 0.007_{\text{stat}} \pm 0.012_{\text{syst}}$$

GPDにより電荷や磁気モーメントの分布をパートンレベルで理解

# 重力形状因子 Gravitational form factor

GPDに  $x$  をかけてから積分

→ エネルギー運動量テンソルの形状因子

$$\int dx x q(x, \Delta_{\perp}) \sim \langle P' | T^{\mu\nu} | P \rangle$$

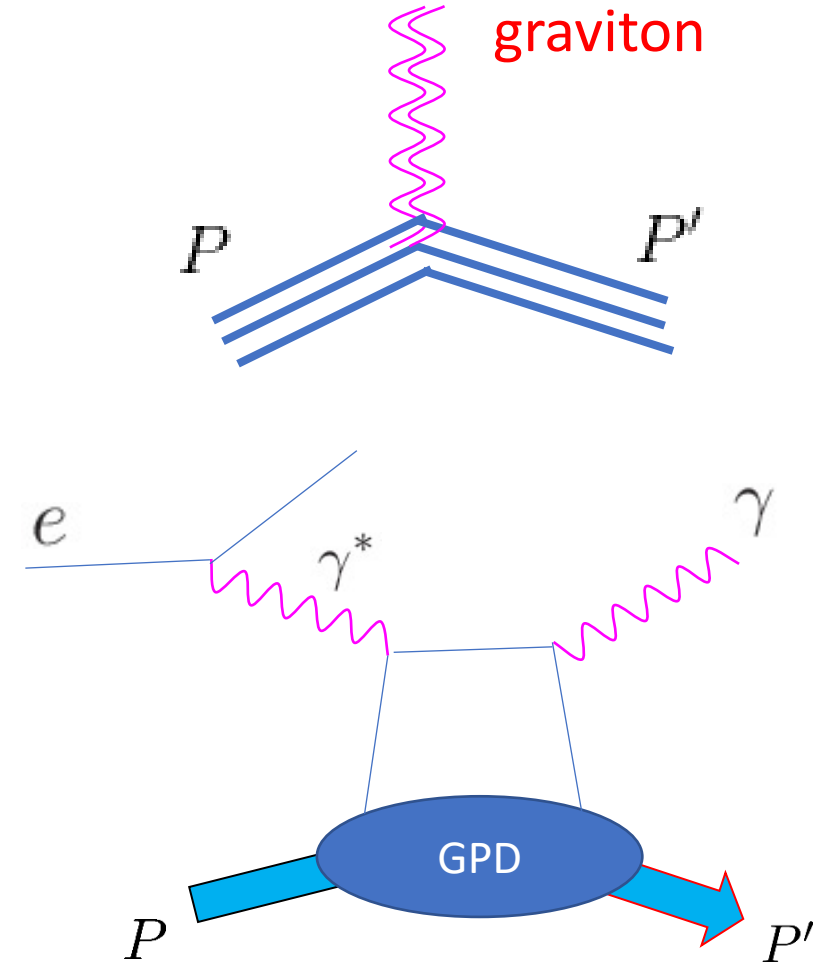
陽子内部のエネルギー、運動量分布についての情報

直接測定無理 (?)

グラビトンの交換  
ニュートン定数に比例

$$G \sim \frac{1}{M_{Planck}^2}$$

GPDの測定を通して間接的に測れるか？



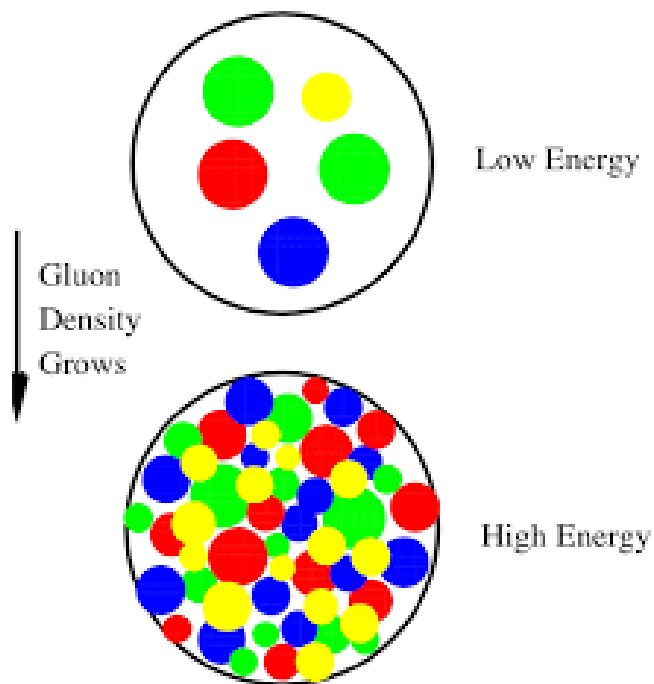
光子2つの交換  $\approx$  グラビトンの交換

??

# グルオン飽和 gluon saturation

グルオンの分布関数は  $x \ll 1$  で急激に上昇 HERAで初観測

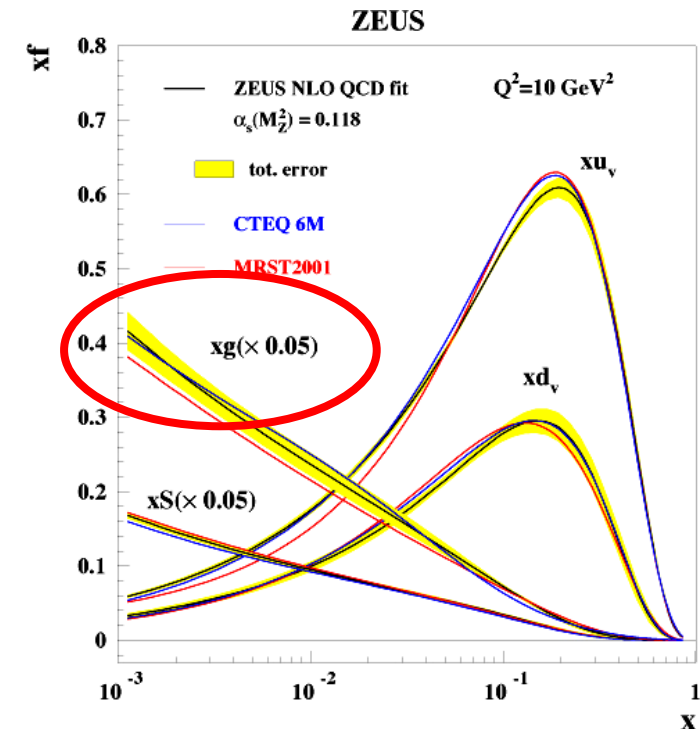
グルオンの密度が高くなる  
グルオン同士が相互作用し始め、パートン模型の前提が破れる



通常の意味での因子化定理成り立たない。新しい有効理論が必要  
カラーグラス凝縮 (CGC)

RHIC、LHC重イオン衝突でも長年議論されており、  
日本でも比較的知られたテーマ

EICはsaturation屋にとって、夢のマシン  
電子衝突なので、RHIC、LHCよりクリーンな環境

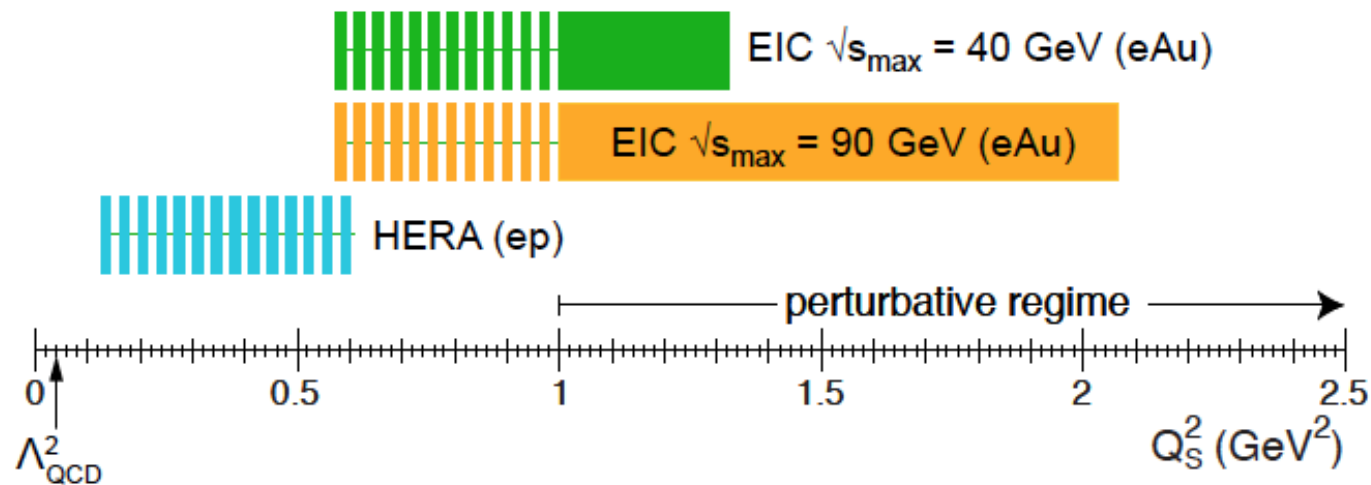


# 飽和運動量 $Q_s$

$x \ll 1$  なら横運動量無視できない 横平面内の密度がグルオンの典型的な横運動量を与える

$$\pi R^2 \sim \frac{\alpha_s}{Q_s^2} x G(x, Q_s) \quad Q_s^2 \propto A^{1/3}$$

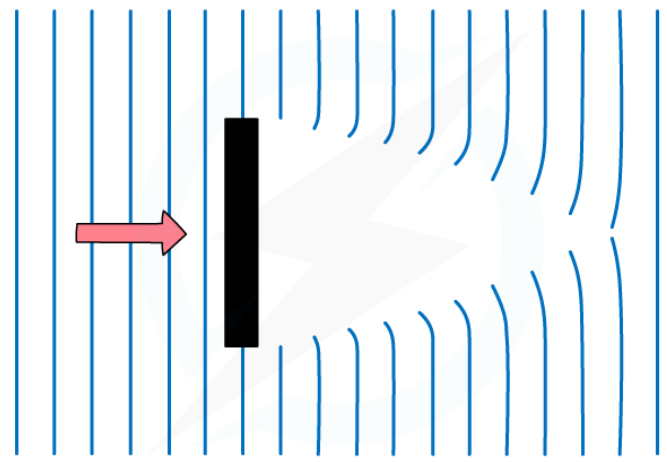
原子核標的を用いることにより  $Q_s$  を大きくすることができる。  
これが1GeVを超えると摂動論が適用可能





# グルオン飽和の実験的検証

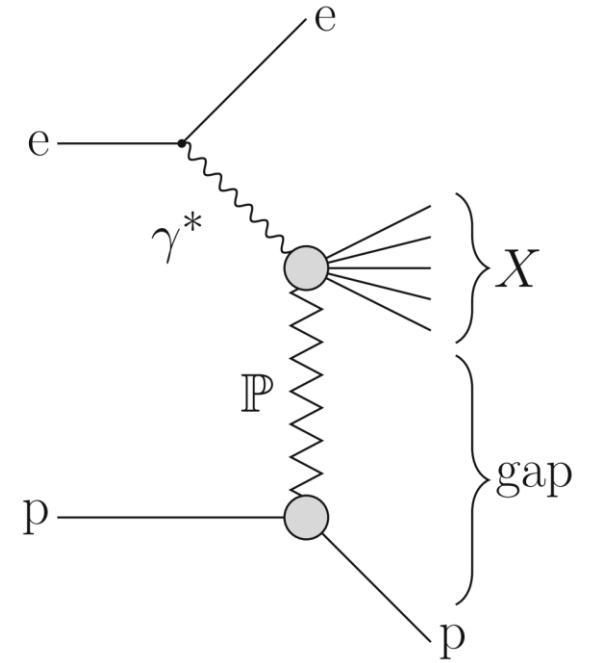
例：Diffraction (回折散乱)



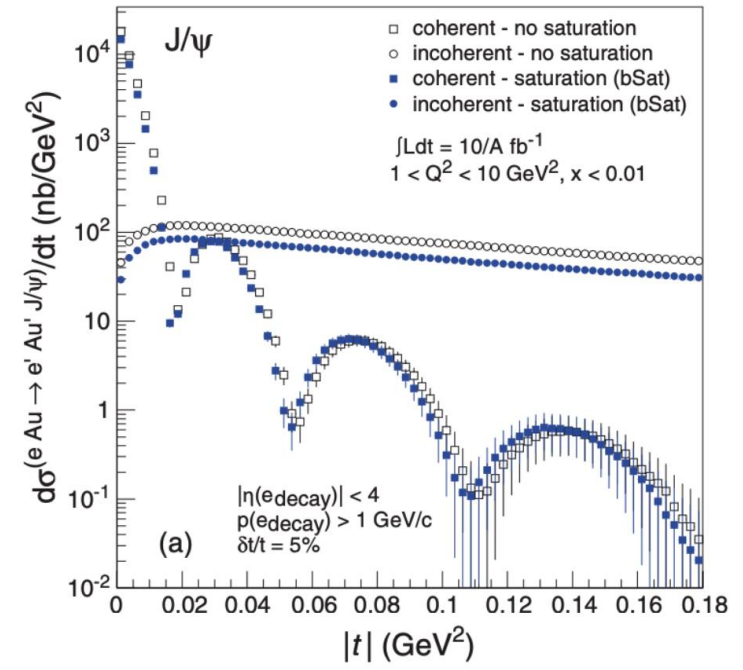
弾性、非弾性なdiffraction

高エネルギーでは全断面積の数10パーセントを占める

グルオン飽和に特に敏感



実際には1つの観測量だけでsmoking gunとはならない。  
いくつかの観測量を組み合わせた global analysis が必要



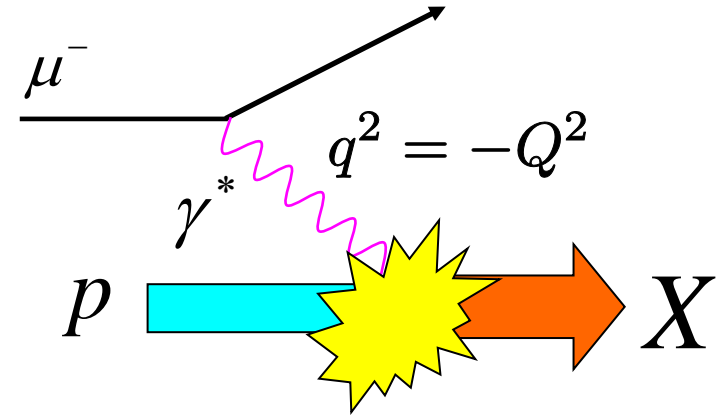


# 偏極DISによる $\Delta\Sigma$ の測定

ダブルスピン非対称

$$A_{LL} = \frac{\mu^\uparrow p^\downarrow - \mu^\uparrow p^\uparrow}{\mu^\uparrow p^\uparrow + \mu^\uparrow p^\downarrow}$$

$$\sim \left(1 + \frac{\sigma_L}{\sigma_T}\right) \frac{2xg_1}{F_2}$$



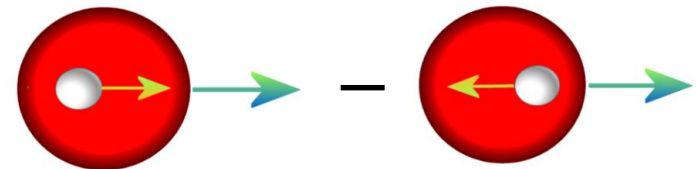
$$\int_0^1 dx g_1(x) = \frac{1}{9}(\Delta u + \Delta d + \Delta s)$$

$$+ \frac{1}{12}(\Delta u - \Delta d)$$

$$+ \frac{1}{36}(\Delta u + \Delta d - 2\Delta s) + \mathcal{O}(\alpha_s)$$

$$\Delta u = \int dx \Delta u(x)$$

偏極パートン分布関数



# スピン危機

1987年 セルンのEMCコラボレーションによる実験結果

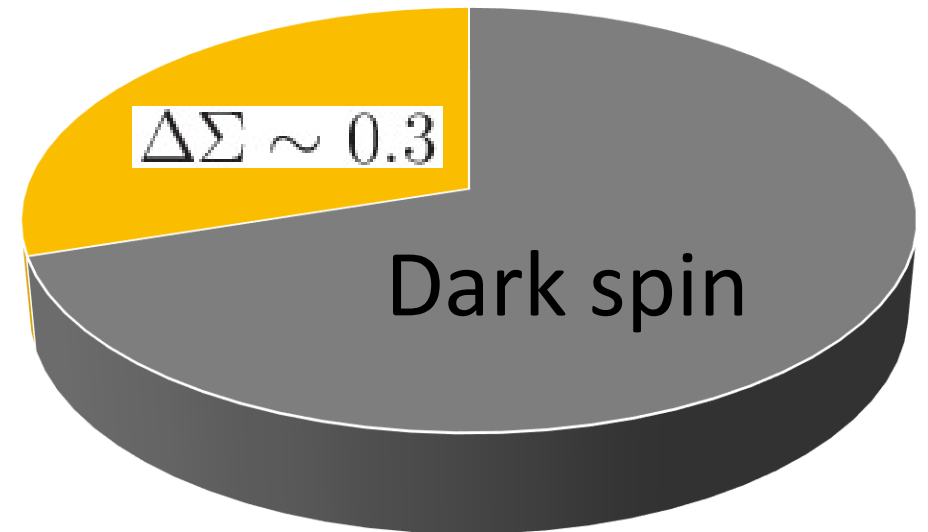
$$\Delta\Sigma = 0.12 \pm 0.09 \pm 0.14 \quad !?$$

最近の値  $\Delta\Sigma = 0.25 \sim 0.3$

グルオンスピン

$$\Delta G = \int_0^1 dx \Delta G(x)$$

RHICスピン実験で20年がかりで測られ、大きい値を持つことが判明  
しかし  $x \ll 1$  からの寄与にまだ大きな不定性  $\rightarrow$  EIC



# Elephant in the room: 軌道角運動量

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Delta \Sigma + \Delta G + \boxed{L^q + L^g}$$

実は未だ実験で全く測られていない。

そもそもクォーク、グルオンの角運動量って  
どうやって定義する？

ウィグナー関数による定義

$$L_{q,g} = \int dx \int d^2b_{\perp} d^2k_{\perp} \vec{b}_{\perp} \times \vec{k}_{\perp} f_{q,g}(x, b_{\perp}, k_{\perp})$$

軌道角運動量の測定はEICのチャレンジングな課題

いくつかアイデアは出ている。  
重イオンの物理との接点？



# スピン軌道相関

電子のスピン軌道結合 → 水素原子の微細構造

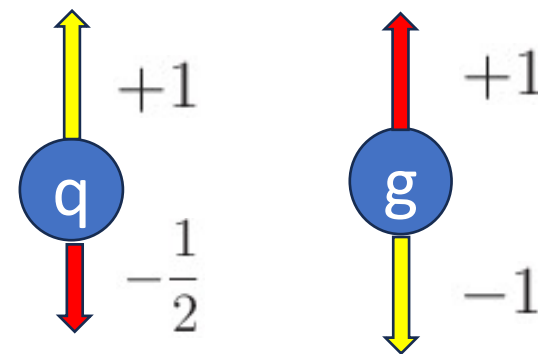
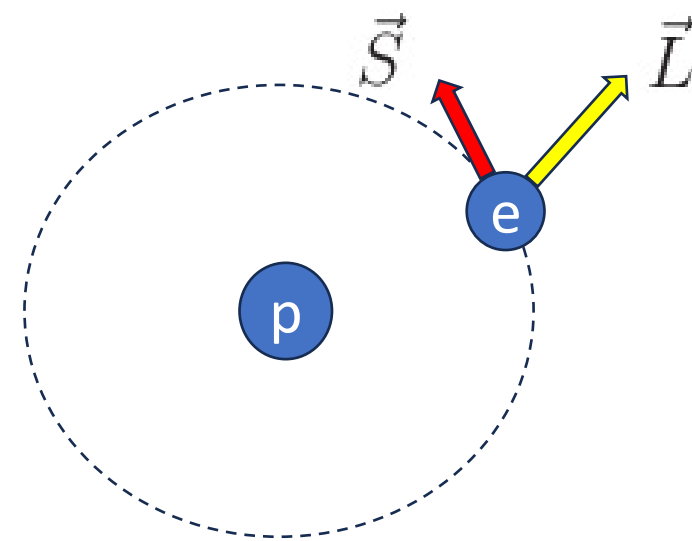
核子のスピン軌道結合 → 原子核の魔法数

核子内部のクォークやグルオンにもスピン軌道相関

$x \ll 1$  ではスピンと軌道角運動量は常に反対方向を向いており、

個々のグルオンで量子もつれの状態が実現

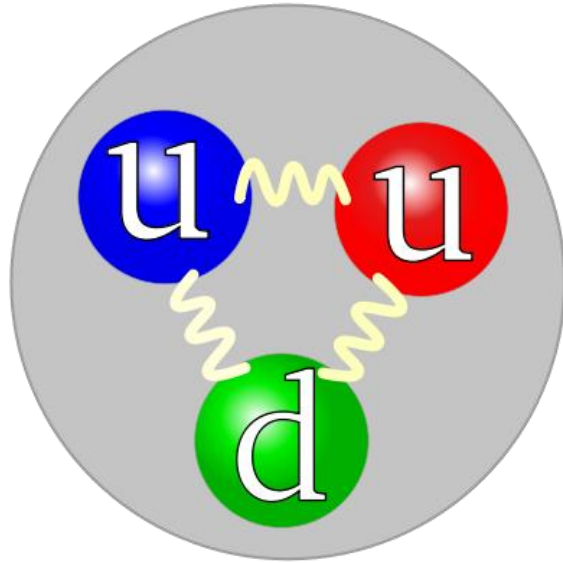
Bhattacharya, Boussarie, YH (2024)



ベル状態

$$|\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+\rangle_s |-\rangle_l + |-\rangle_s |+\rangle_l), \quad |\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}i} (|+\rangle_s |-\rangle_l - |-\rangle_s |+\rangle_l)$$

# 陽子質量



$$m_u = 3\text{MeV}/c^2$$

$$m_d = 5\text{MeV}/c^2$$

$$m_g = 0$$

$$m_{\text{proton}} = 938\text{MeV}/c^2$$

$$1\text{MeV}/c^2 = 1.78 \times 10^{-30}\text{kg}$$

$$3 + 3 + 5 + 0 = 938 \text{ !?}$$

# EICで陽子質量？

**Finding 1:** An EIC can uniquely address three profound questions about nucleons—protons—and how they are assembled to form the nuclei of atoms:

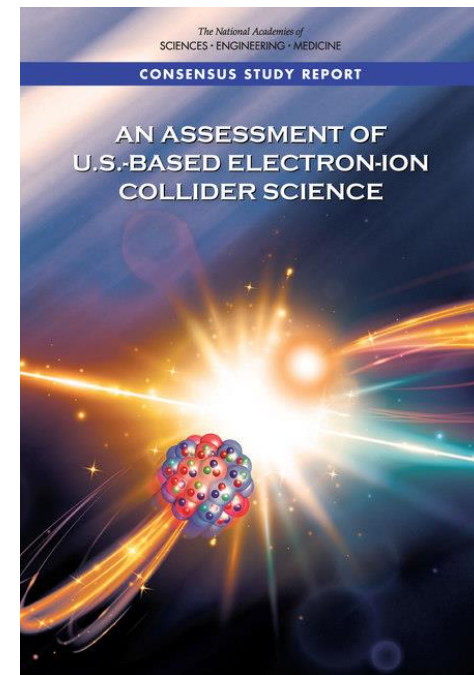
- How does the mass of the nucleon arise?
- How does the spin of the nucleon arise?
- What are the emergent properties of dense systems of gluons?

ミレニアム懸賞問題

ハドロン質量スペクトルは格子QCDで再現可能  
低エネルギー有効模型でも長年議論されている。

高エネルギー衝突実験で何が言えるのか？

An EIC would not only determine the distribution of gluons but also measure the distribution of gluonic energy density and pressure in the proton. These measurements would directly inform our understanding of the origin of mass and





# トレースアノマリー

QCDのラグランジアンはクォーク質量項を除けば古典的にはスケール不変

スケール不変性は量子レベルでアノマリーによって破れる → ハドロンの質量

$$T_{\mu}^{\mu} = \frac{\beta(g)}{2g} F^2 + m(1 + \gamma_m(g)) \bar{q}q$$

$$\langle P | T_{\mu}^{\mu} | P \rangle = 2M^2$$

グルオン凝縮  $\langle P | F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} | P \rangle$

# 陽子質量分解

質量 = 静止系でのエネルギー  $H = \int d^3x T^{00}$

$$M = M_q^{kin} + M_g^{kin} + M_a + M_m \quad \text{Ji (1995)}$$

運動エネルギー

グルオン凝縮

シグマ項 (クォーク凝縮)

トレースアノマリーの分解  $T_\mu^\mu = (T_\mu^\mu)_q + (T_\mu^\mu)_g$

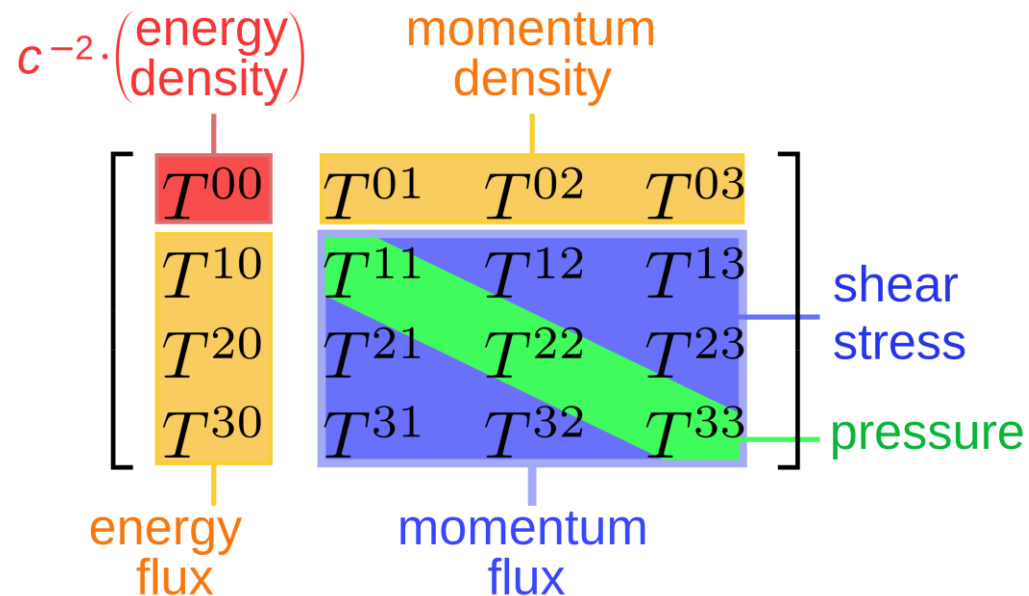
$$M^2 = M_q^2 + M_g^2 \quad \text{YH, Rajan, Tanaka (2018)}$$

結局、グルオン凝縮の値が必要  $\langle P' | F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} | P \rangle$  実験で測定できる？

# 再び重力形状因子

質量はエネルギー運動量テンソルの時間成分

質量の研究  $\subset$  エネルギー運動量テンソルの研究  
 $\rightarrow$  重力形状因子の研究



$$\langle P_2 | T^{\mu\nu} | P_1 \rangle = \bar{u}(P_2) \left[ A(t) \frac{P^\alpha P^\beta}{M} + (A(t) + B(t)) \frac{P^{(\alpha} i \sigma^{\beta)\lambda} l_\lambda}{2M} + D(t) \frac{l^\alpha l^\beta - g^{\alpha\beta} t}{4M} \right] u(P_1)$$

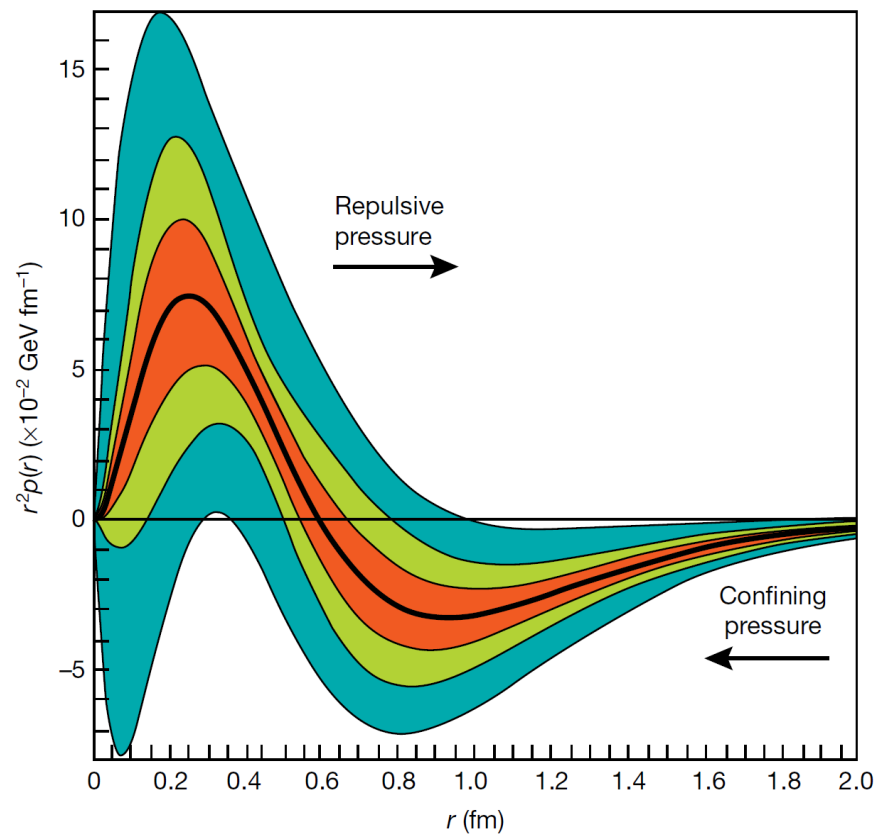
質量半径

$$\langle r^2 \rangle_m = \frac{\int d\mathbf{x} x^2 T^{00}(\mathbf{x})}{\int d\mathbf{x} T^{00}(\mathbf{x})} = 6 \frac{dA(t)}{dt} \Big|_{t=0} - \frac{3D(0)}{2M^2}$$

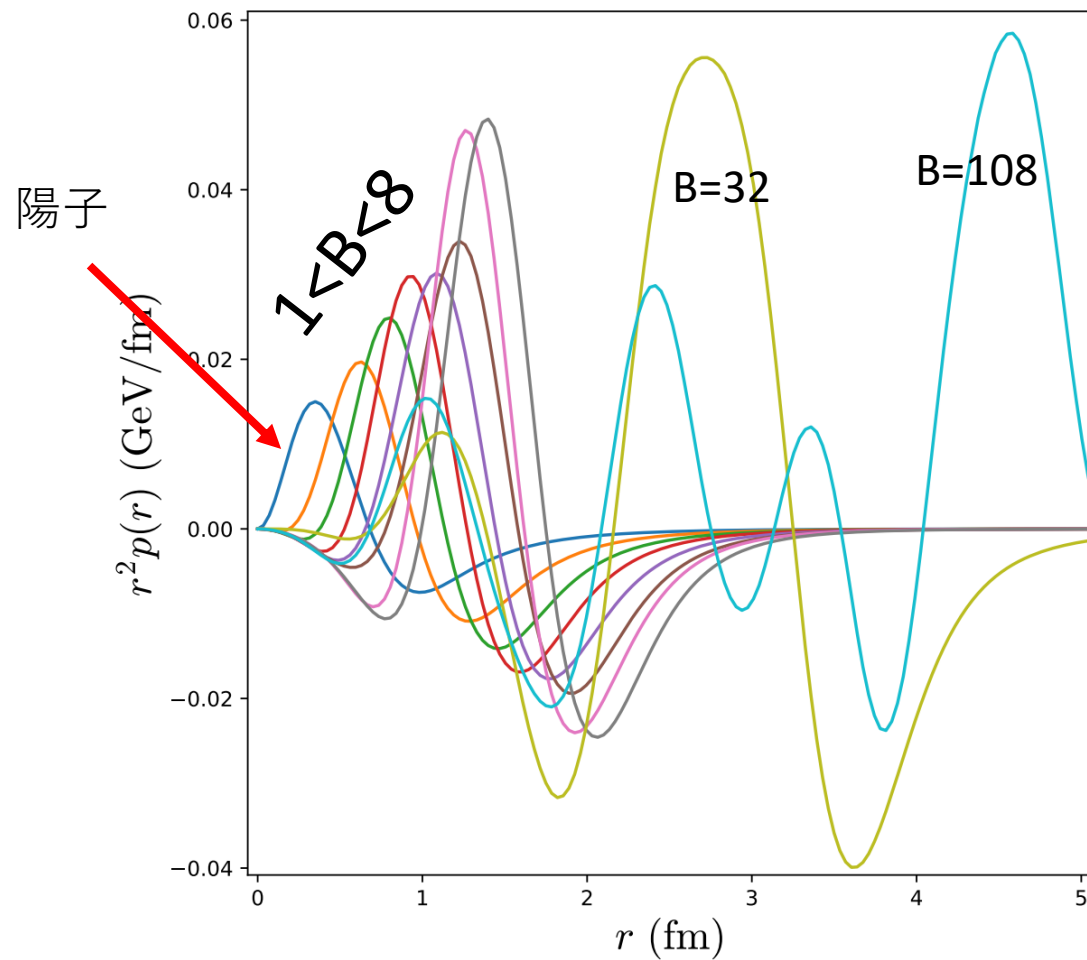
スカラー半径

$$\langle r^2 \rangle_s = \frac{\int d\mathbf{x} x^2 T^\mu_\mu(\mathbf{x})}{\int d\mathbf{x} T^\mu_\mu(\mathbf{x})} = 6 \frac{dA(t)}{dt} \Big|_{t=0} - \frac{9D(0)}{2M^2}$$

# 陽子、原子核内の“圧力”分布



Burkert, Elouadrhiri, Girod (2018)



Martin-Caro, Huidobro, YH (2023)

# 閾値近傍のクォークonium生成

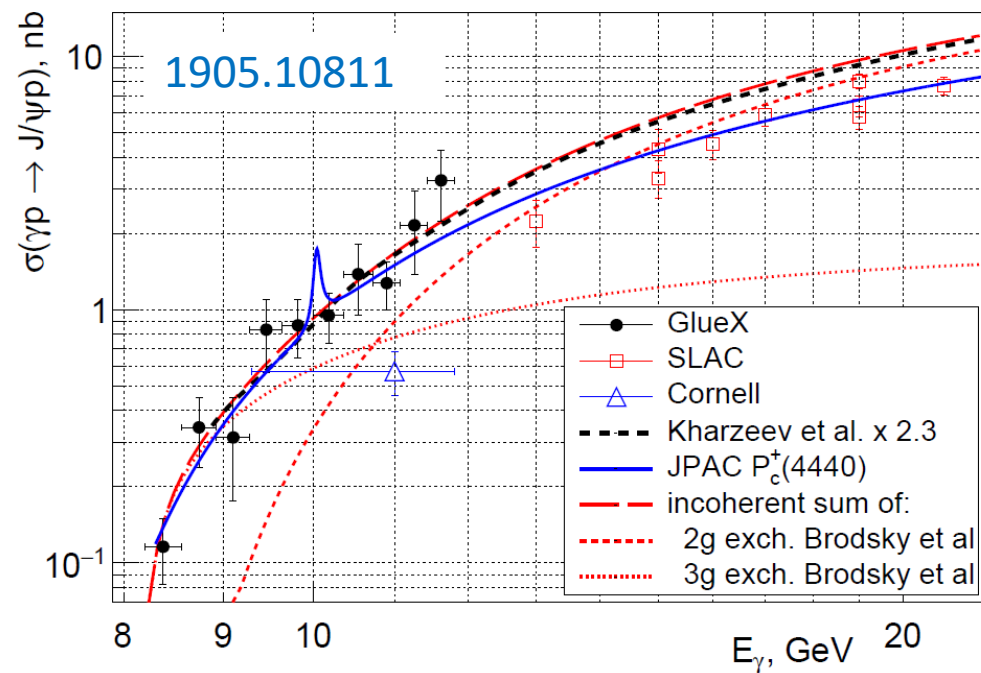
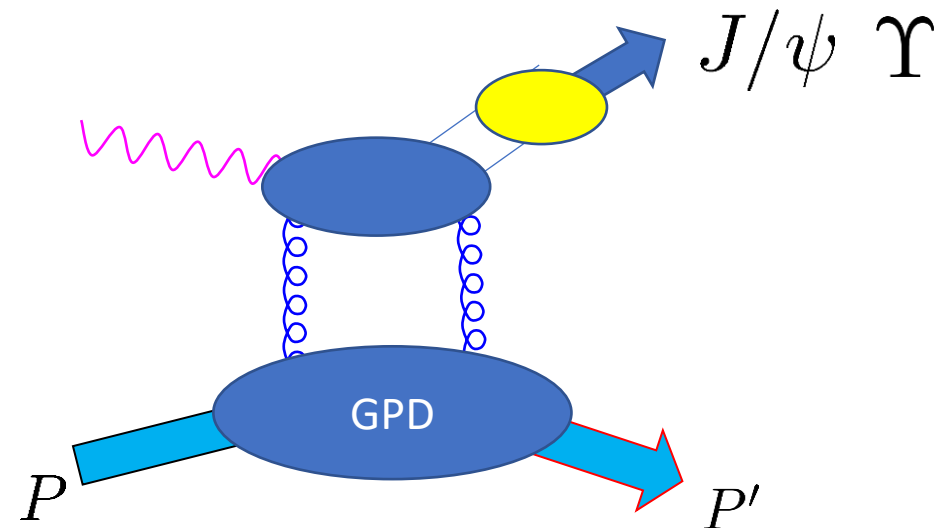
グルオン2つの交換  $\approx$  グラビトンの交換  
 ??

重力形状因子、グルオン凝縮の測定に有望視  
 されている反応

Jlabで実験中

エネルギー運動量テンソルへの感度を高めるには

光子のヴァーチャリティーを上げる  
 クォークoniumを重くする  $\rightarrow$  EIC



# おわりに

- EICは今後20年間、原子核物理の中心的テーマの一つ
- 現状、日本人理論家は極端に少ない。
- 幅広いトピックの中から興味を持てるものがきっとあるはず。  
BNLに遊びに来てください。
- カバーできなかった話題 格子QCD、jet、BSM物理など