

様々な拘束条件下での中性子過剰核の捕獲断面積の不定性

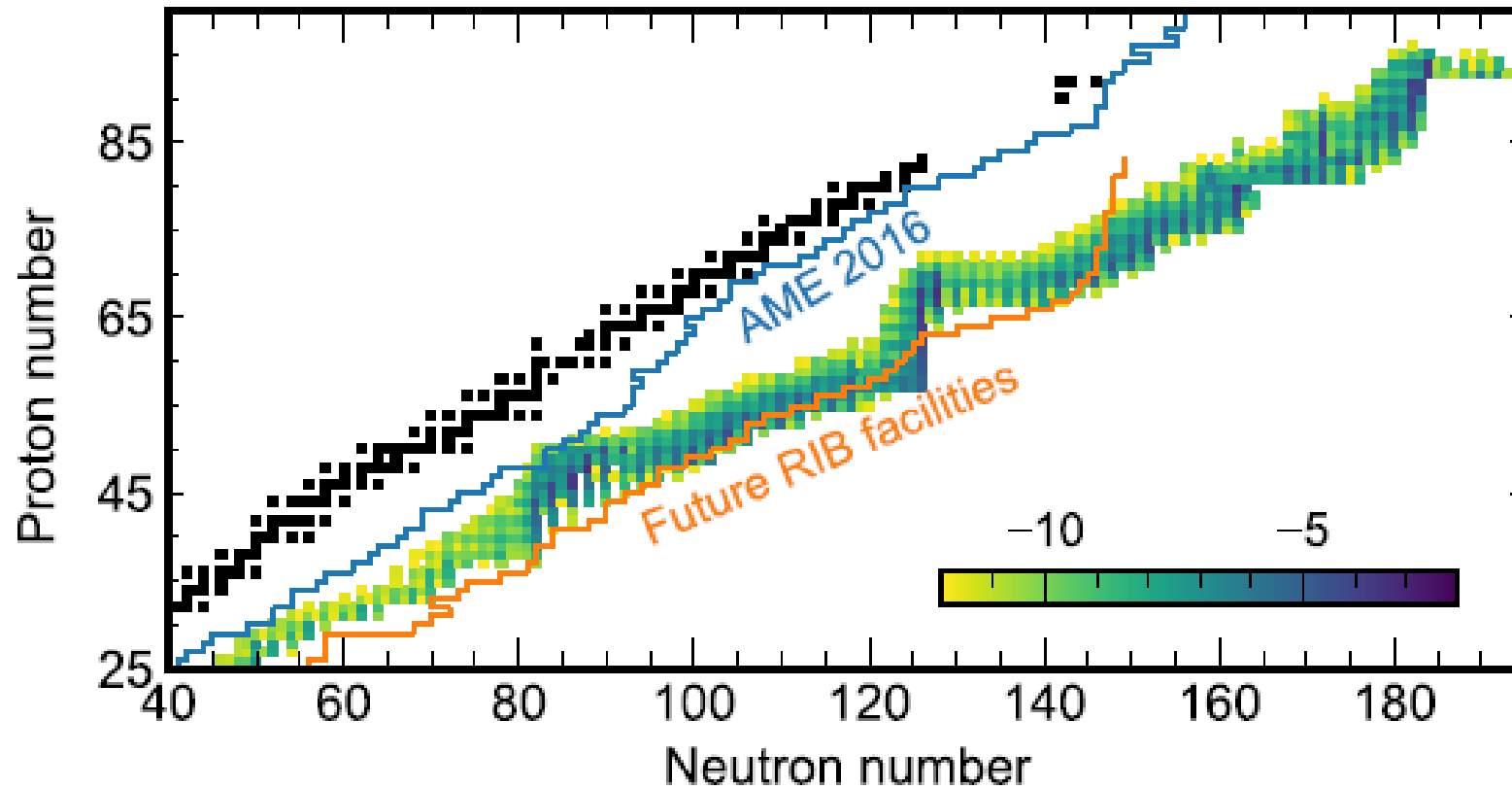
JAEA 核データ研究グループ 湊 太志



動機

- r-processに重要なエネルギー領域の捕獲断面積をどうやったら予測できるか？

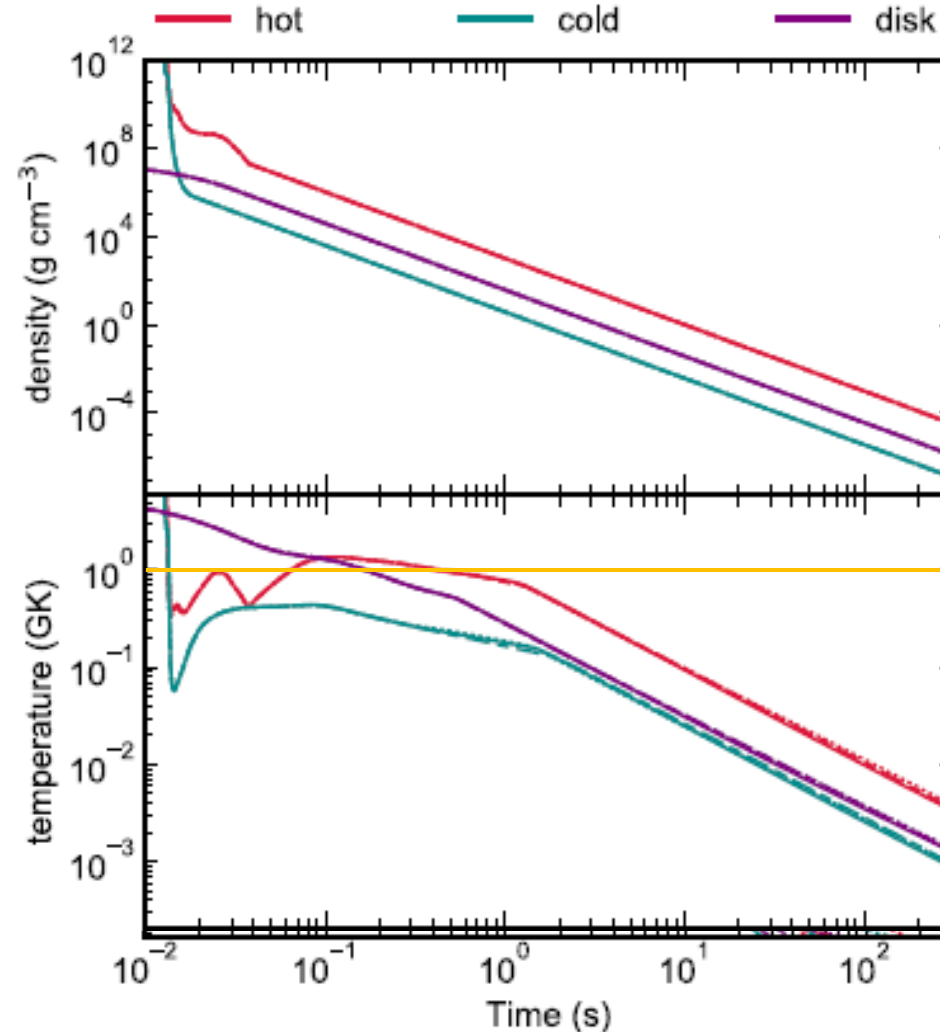
Freeze-out後のR-process 分布



Cowan et al. Rev. Mod. Phys. 93, 015002 (2021).

中性子星合体における密度と温度の時間変化

Guiliani et al. PRC102, 045804 (2020).



←エネルギー 86.2 keV に相当(Maxwell分布)

中性子過剰領域の keV オーダーの中性子捕獲率が重要

中性子過剰核のkeV領域の断面積をどうやって測定するのか？

→たぶん現状は難しい

でも、他の情報から間接的に予測できないかな？

理論計算は？

※複合核反応の寄与を考えなければ

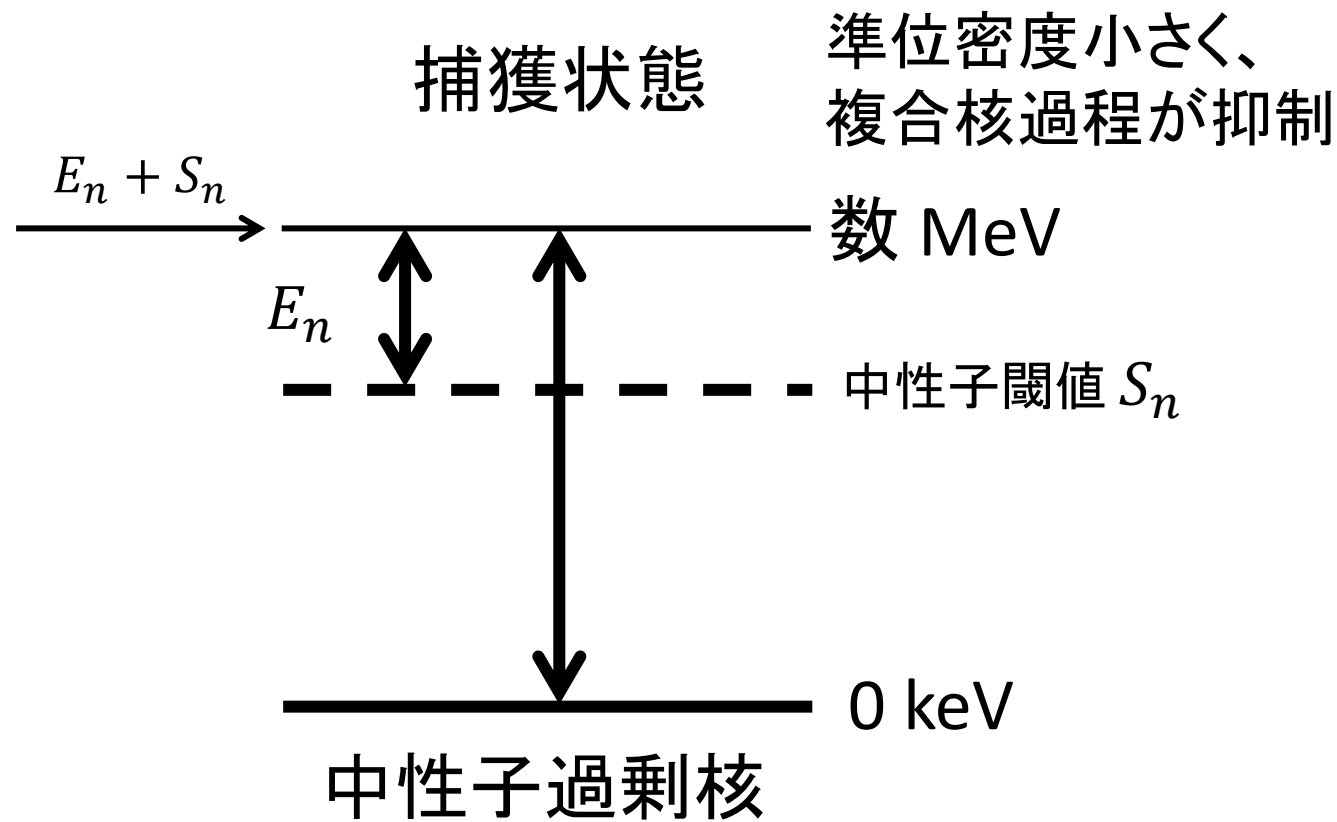
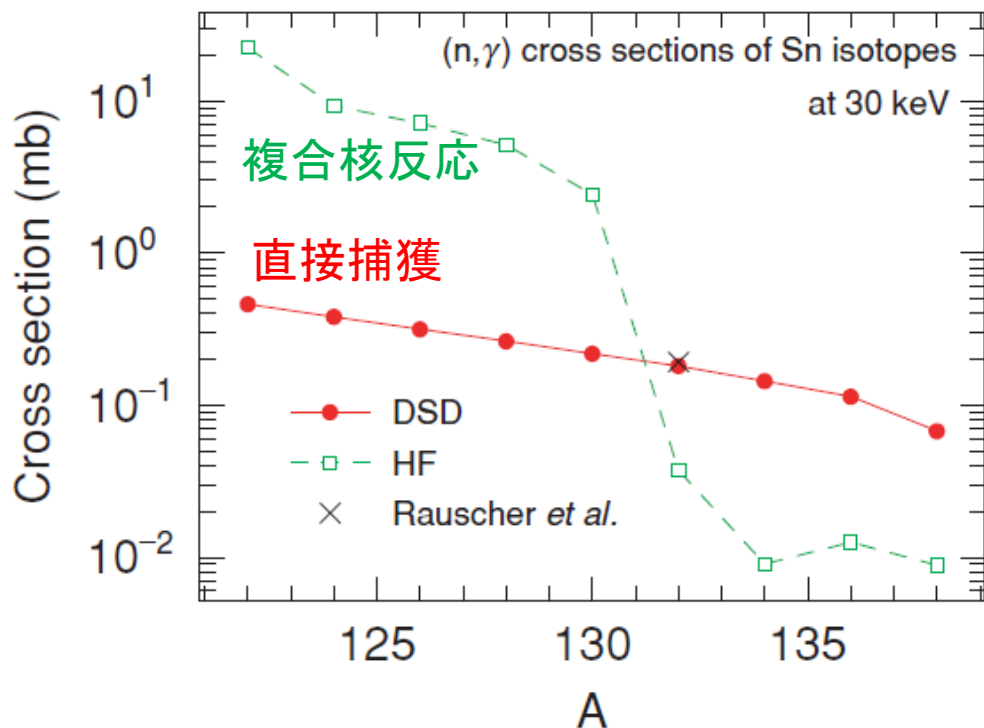
主に必要な情報

- 散乱波の波動関数
- 束縛一粒子状態の波動関数
- Spectroscopic factor
- etc.

- 理論モデルパラメータを取得可能な実験データを通して決定
keV 領域の断面積を予測してみよう

複合核反応は中性子過剰核になると直接捕獲反応と比較して相対的に小さくなる

S. Chiba et al. Phys. Rev. C77, 015809 (2008).



- $n + {}^{124}\text{Sn} \quad S_n = 5.7 \text{ MeV}$
- $n + {}^{132}\text{Sn} \quad S_n = 2.4 \text{ MeV}$
- $n + {}^{138}\text{Sn} \quad S_n = 1.7 \text{ MeV}$

直接・準直接捕獲モデル

- 捕獲断面積モデルにはポテンシャルモデルを採用
- 中性子散乱波の計算は、光学モデルを使用
- ポテンシャルは Kunieda2007 を使用

中性子波動関数

$$\psi_{LJ}(r)$$



$i=k$

$i=2$

$i=1$

$i=0$

束縛一粒子波動関数

$$\varphi_{l_i j_i}(r)$$

捕獲断面積

L. Bonneau et al. PRC75, 054618 (2007).

$$\sigma^{(k)}(lj; LJ) = \frac{8\pi}{9} \frac{\mu}{\hbar^2} \left(\frac{k_\gamma}{k_n} \right)^3 \langle I_i K_i j K_f | I_f K_f \rangle^2 \times \left| T_d^{(k)}(lj; LJ) + T_s^{(k)}(lj; LJ) \right|^2,$$

$$T_d^{(k)}(lj; LJ) = \bar{e}(-i)^{l+1} Z \left(LJlj; \frac{1}{2} 1 \right) \sqrt{S_{lj}^{(k)}} \langle \varphi_{lj} | r | \psi_{LJ} \rangle$$

$$T_s^{(k)}(lj; LJ) = \pm \frac{3}{2\langle r^2 \rangle} \frac{N^2 Z^2}{A^3} e \sum_{l'j'} (-i)^{l'+1} Z \left(LJl'j'; \frac{1}{2} 1 \right) \sqrt{S_{l'j'}^{(k)}} \langle \varphi_{l'j'} | h(r) | \psi_{LJ} \rangle \times \sum_v \langle 1 - v J v + K | j' K \rangle \langle 1 - v J v + K | j K \rangle \frac{M_{v0}}{E_n - (E_v + \epsilon_k) + i \frac{1}{2} \Gamma_v}$$

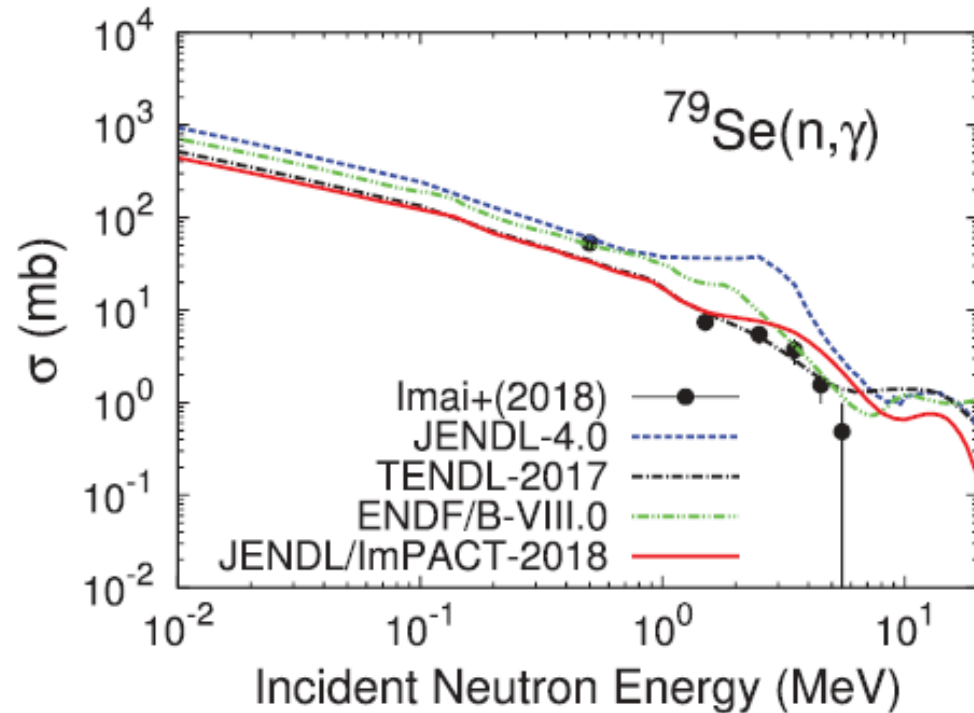
M_{v0}, Γ_v are taken from H. Kitazawa et al. NPA307, 1 (1978).

主に使用する理論モデルパラメータ

- | | |
|----------------------|--------------------|
| 1) Sn-132のポテンシャルの深さ | $x_1 = V_0$ |
| 2) スピン・軌道相互作用の強さ | $x_2 = V_{ls}$ |
| 3) Sn-132の半径パラメータ | $x_3 = r_0$ |
| 4) 表面のぼやけパラメータ | $x_4 = a$ |
| 5) GDR遷移の強さの因子 | $x_5 = f$ |
| 6) GDRエネルギーの系統式からのずれ | $x_6 = \Delta E_1$ |

中性子捕獲断面積の測定

keV の中性子捕獲断面積の測定は難しいが、MeV なら可能か？



ImPACT: 長寿命核分裂生成物の
中性子捕獲断面積の測定

S. Kunieda et al., JNST56, 1073 (2019)

c.f. 本日の今井さんのトーク

もし MeV エネルギー領域の捕獲断面積の実験データがあるなら、
keV 領域の捕獲断面積をどのくらいの精度で予測することができるか？

<アプローチ>

直接・準直接捕獲反応の理論モデルを通じて、
既知の実験の誤差をkeV領域に伝搬させる

手法の一連の流れ

- (1) 測定データのある MeV 領域で理論モデルパラメータの最尤度と共分散を決定
- (2) 実験データのない keV 領域の断面積を計算
- (3) 共分散から不確定性を求める

※複合核反応の寄与は今は考えない

パラメータ決定にはガウス過程+ベイズ最適化を使用

実験データの共分散 V → 簡単のため実験データ間の相関はゼロと仮定
理論モデルの計画行列 C

$$C_{ij} = \frac{\partial y_i}{\partial x_j} \quad \begin{array}{l} y_i: i(1 \leq i \leq n) \text{ 番目の実験データ} \\ x_j: j \text{ 番目のパラメータ} \end{array}$$

↑数値的に求める

$$\text{パラメータの共分散 } X = (C^T V^{-1} C)^{-1}$$

任意の実験データはこの不定性は $\Delta y = C_*^T X C_*$ から導出

$$[C_*]_{ij} = \frac{\partial y_i}{\partial x_j} \quad n < i \leq m$$

テストのための擬似実験データ

E_n	σ_{cap} mb	$\Delta\sigma_{cap}$ mb
10 MeV	0.340	0.14
15 MeV	1.60	0.48
20 MeV	0.390	0.19
30 MeV	0.0560	0.0280
40 MeV	0.0160	0.0080
50 MeV	0.0140	0.0700

40%誤差

30%誤差

50%
誤差



最適化パラメータ

$$V_0 = -47.839$$

$$V_{ls} = 15.903$$

$$r_0 = 1.206$$

$$a = 0.600$$

$$f = 1.002$$

$$\Delta E_1 = 0.240$$

表: パラメータの相関行列

	V_0	V_{ls}	r_0	a	f	ΔE_1
V_0	1					
V_{ls}	-0.99	1				
r_0	0.96	-0.99	1			
a	0.93	-0.92	0.90	1		
f	0.94	-0.95	0.95	0.82	1	
ΔE_1	0.99	-1.00	0.99	0.92	0.96	1

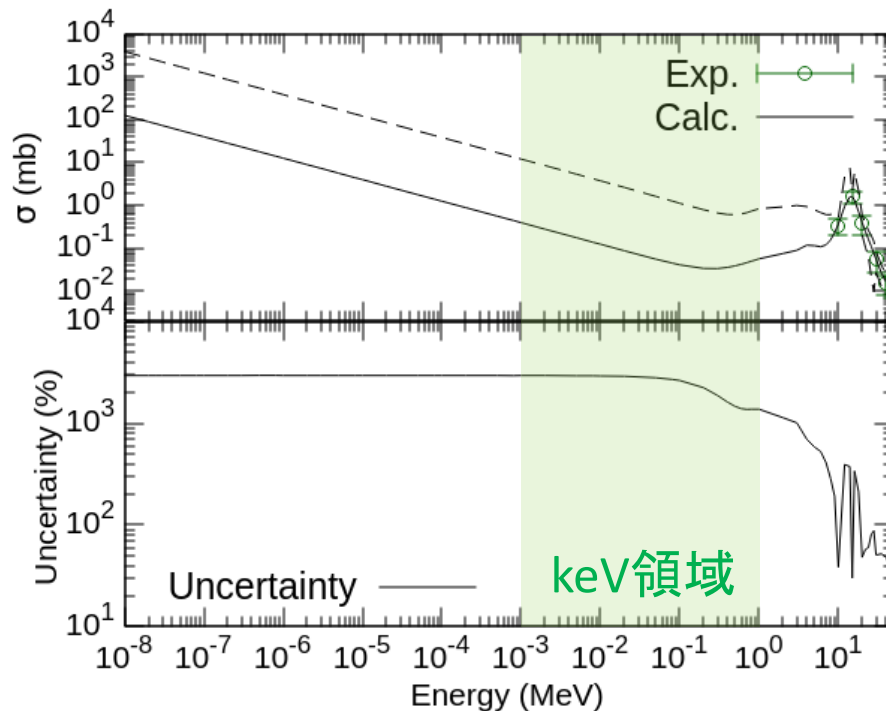
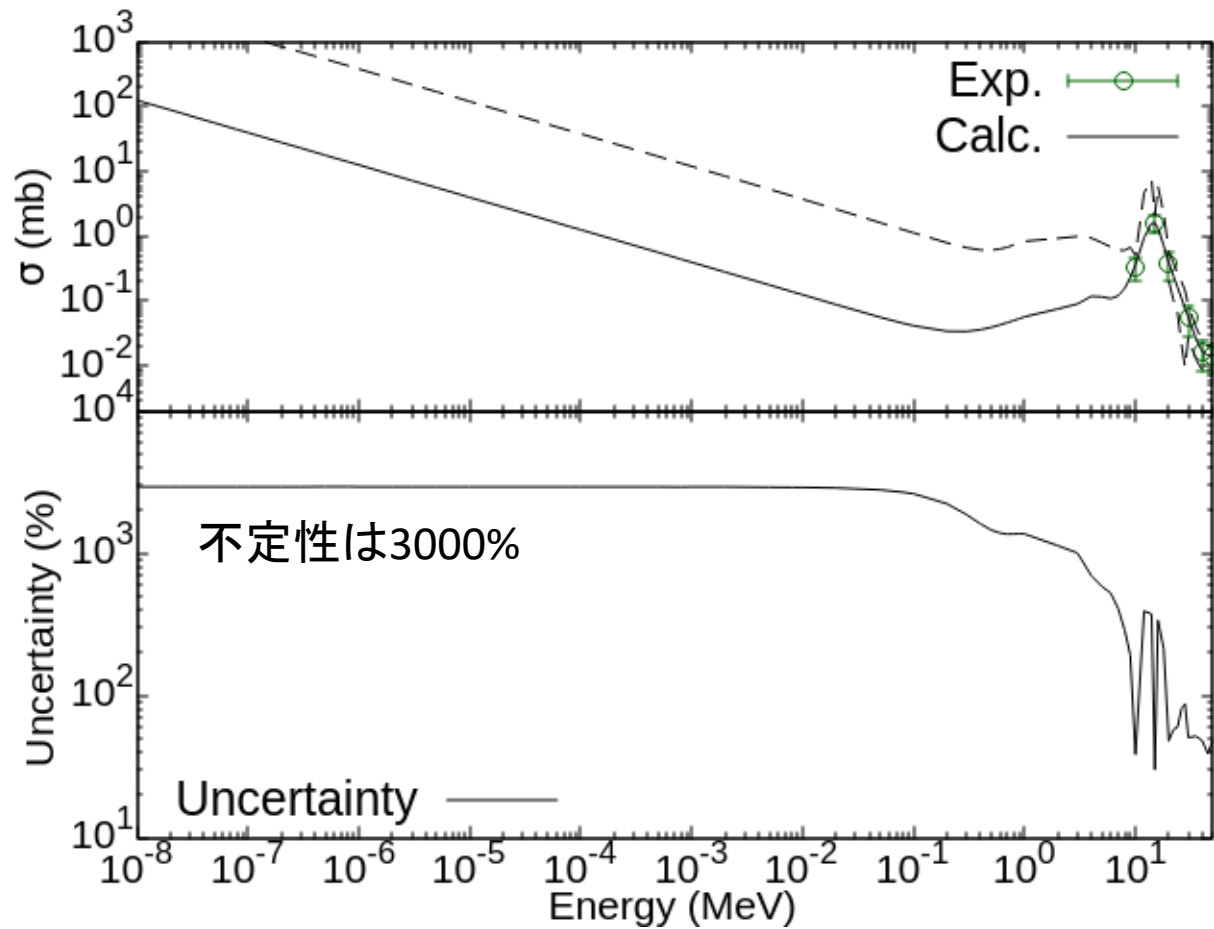


図: 予測される断面積と不定性

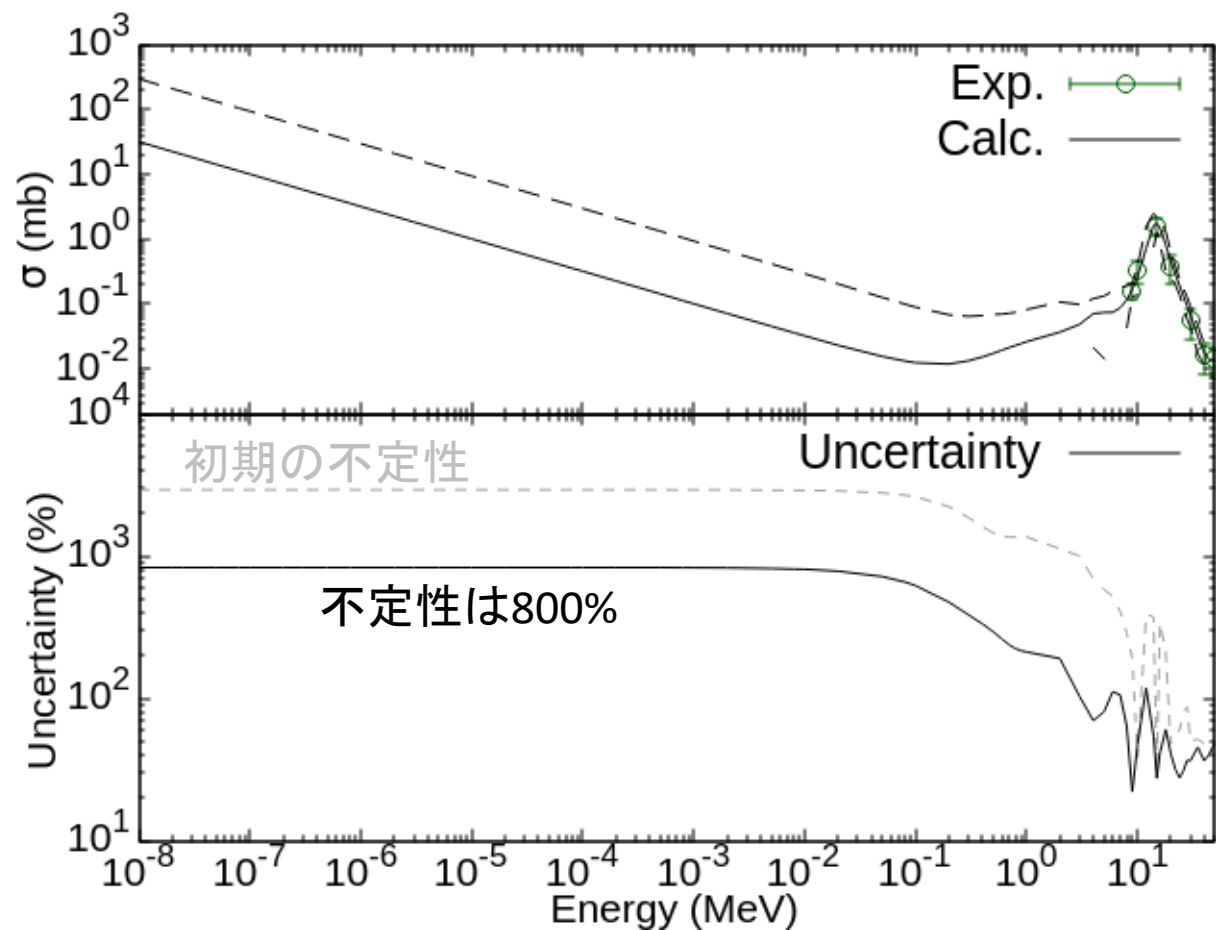
もし新しい測定データが増えた場合、断面積予測の不定性はどのように変化するか(ベイズ推定)

E_n	σ_{cap} mb	$\Delta\sigma_{cap}$ mb
-	-	-
10 MeV	0.340	0.14
15 MeV	1.60	0.48
20 MeV	0.390	0.19
30 MeV	0.0560	0.0280
40 MeV	0.0160	0.0080
50 MeV	0.0140	0.0700



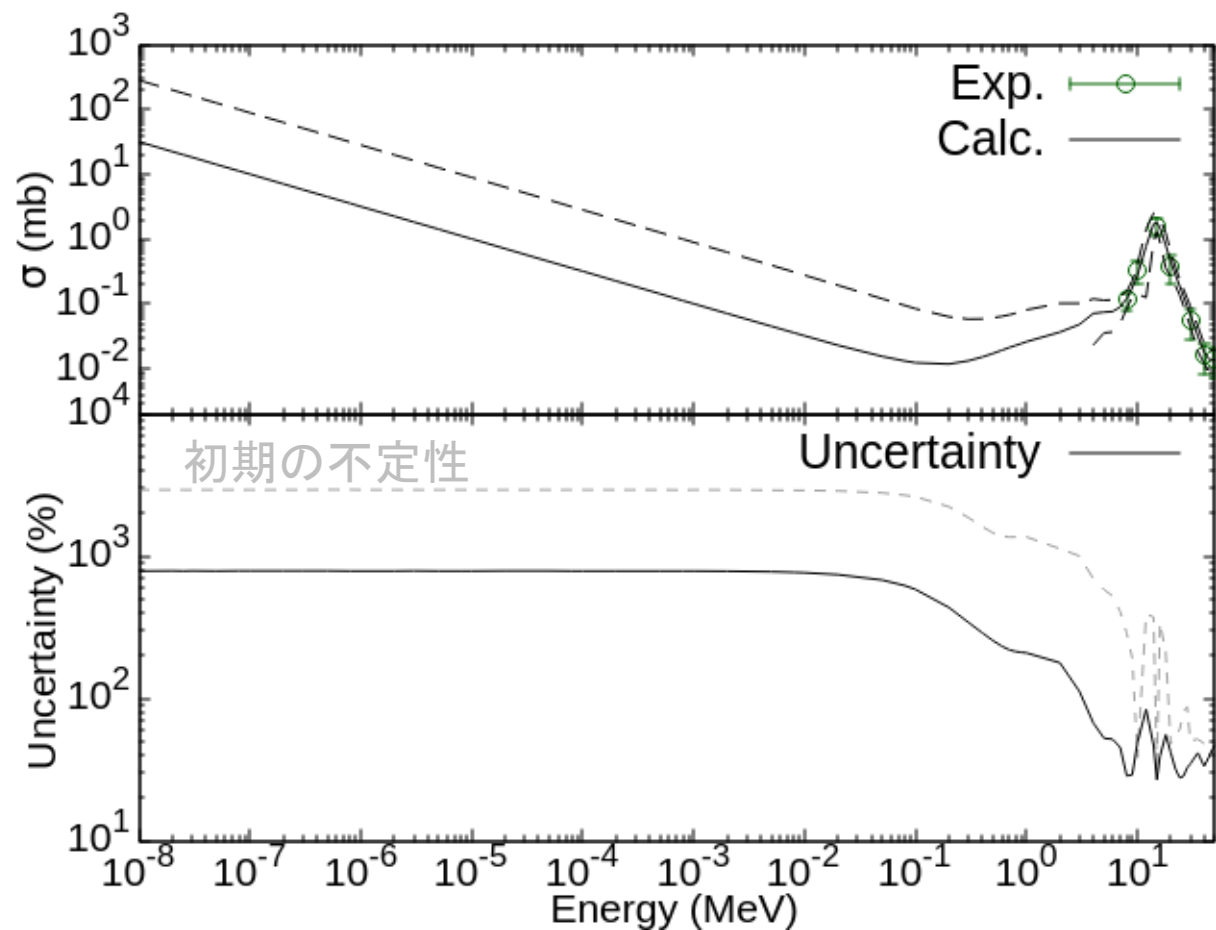
もし $E_n = 9 \text{ MeV}$ に新しい測定データが得られたら？

E_n	σ_{cap} mb	$\Delta\sigma_{cap}$ mb
9 MeV	0.160	0.038
10 MeV	0.340	0.14
15 MeV	1.60	0.48
20 MeV	0.390	0.19
30 MeV	0.0560	0.0280
40 MeV	0.0160	0.0080
50 MeV	0.0140	0.0700



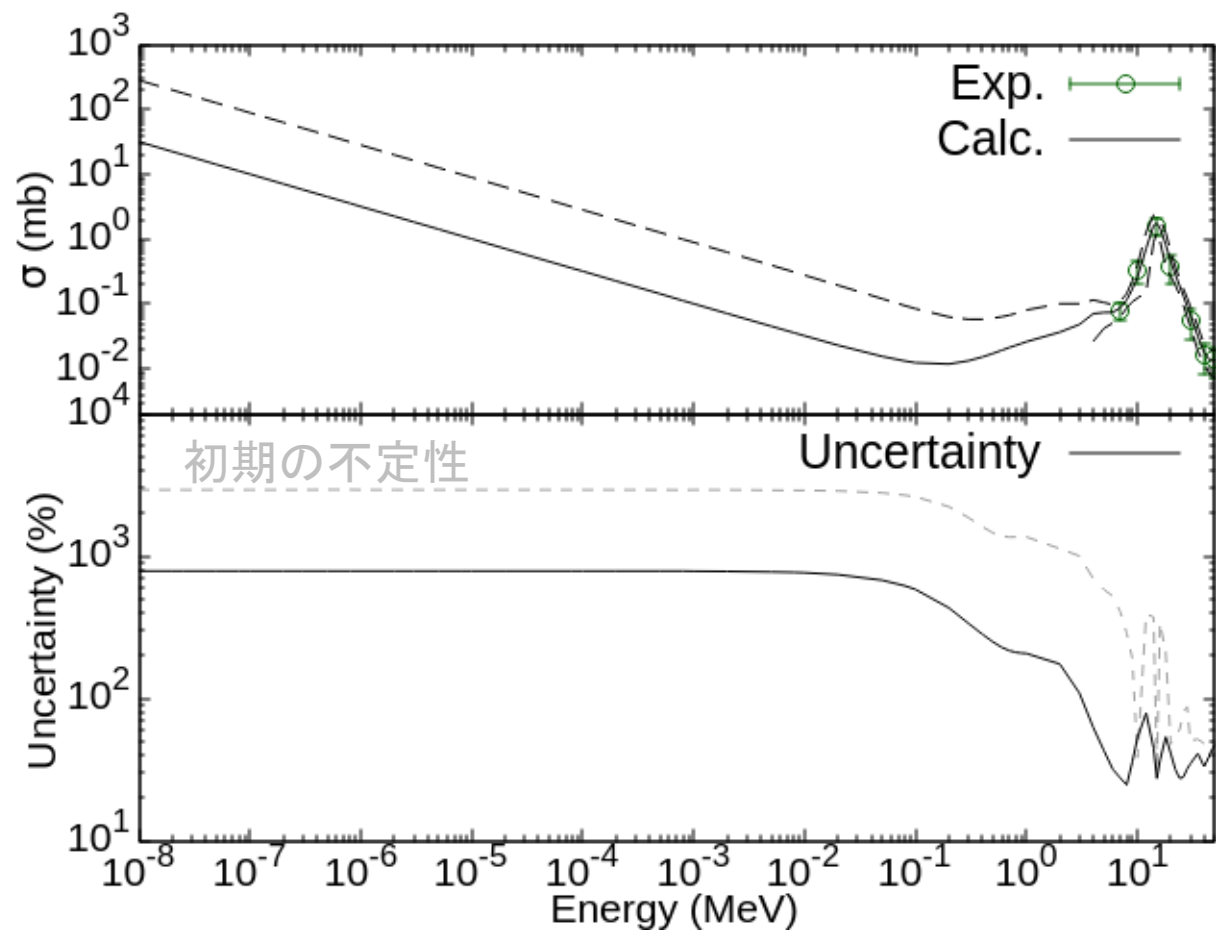
もし $E_n = 8 \text{ MeV}$ に新しい測定データが得られたら？

E_n	σ_{cap} mb	$\Delta\sigma_{cap}$ mb
8 MeV	0.115	0.035
10 MeV	0.340	0.14
15 MeV	1.60	0.48
20 MeV	0.390	0.19
30 MeV	0.0560	0.0280
40 MeV	0.0160	0.0080
50 MeV	0.0140	0.0700



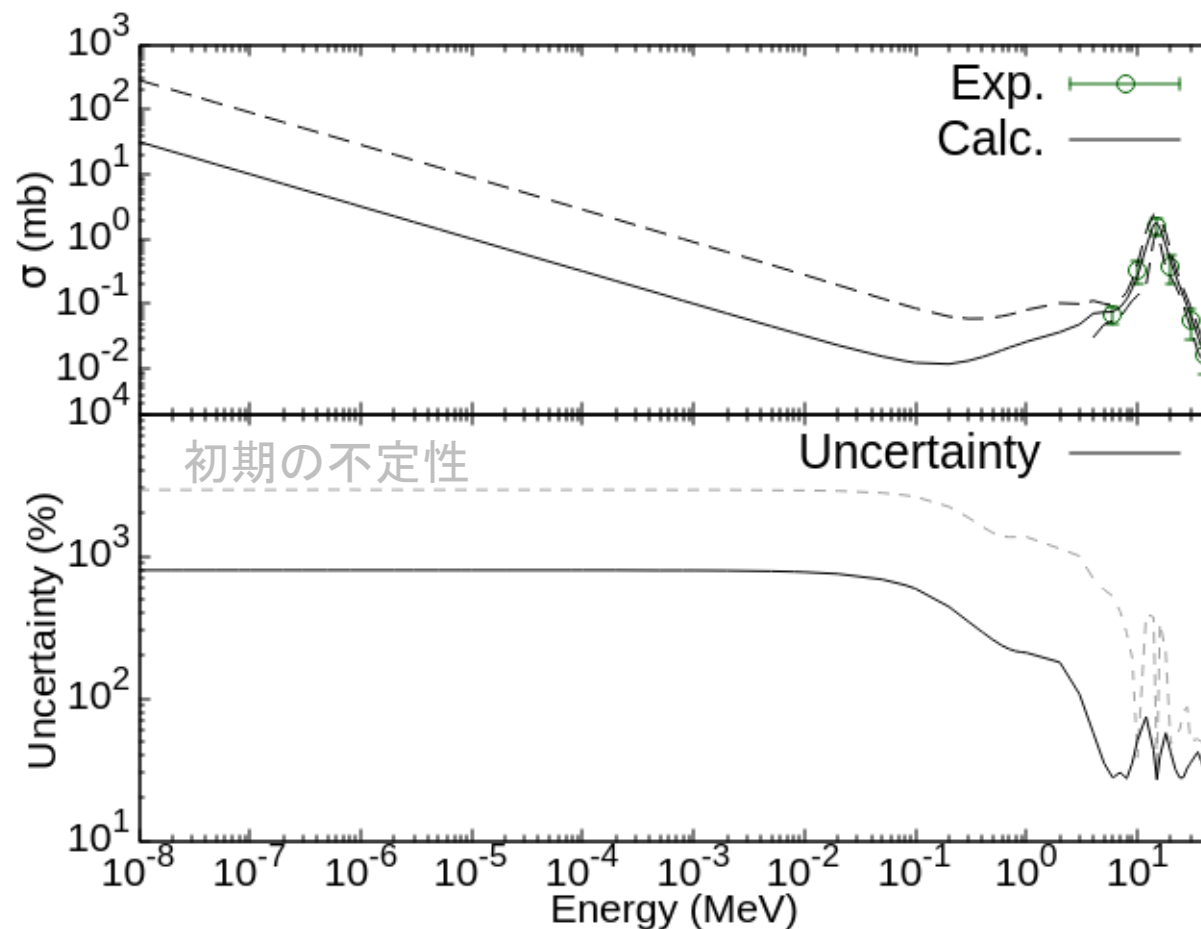
もし $E_n = 7$ MeV に新しい測定データが得られたら？

E_n	σ_{cap} mb	$\Delta\sigma_{cap}$ mb
7 MeV	0.080	0.024
10 MeV	0.340	0.14
15 MeV	1.60	0.48
20 MeV	0.390	0.19
30 MeV	0.0560	0.0280
40 MeV	0.0160	0.0080
50 MeV	0.0140	0.0700



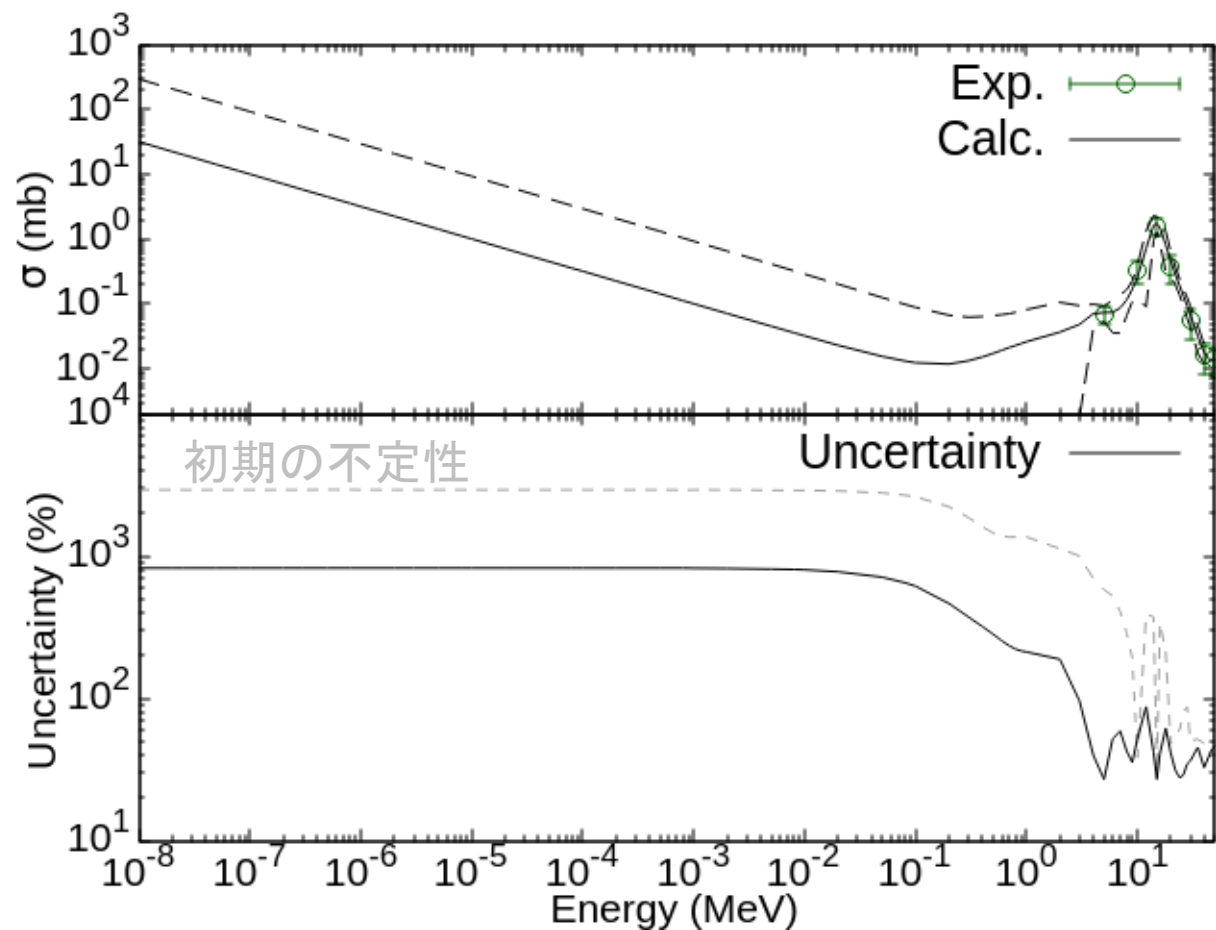
もし $E_n = 6 \text{ MeV}$ に新しい測定データが得られたら？

E_n	$\sigma_{cap} \text{ mb}$	$\Delta\sigma_{cap} \text{ mb}$
6 MeV	0.070	0.021
10 MeV	0.340	0.14
15 MeV	1.60	0.48
20 MeV	0.390	0.19
30 MeV	0.0560	0.0280
40 MeV	0.0160	0.0080
50 MeV	0.0140	0.0700



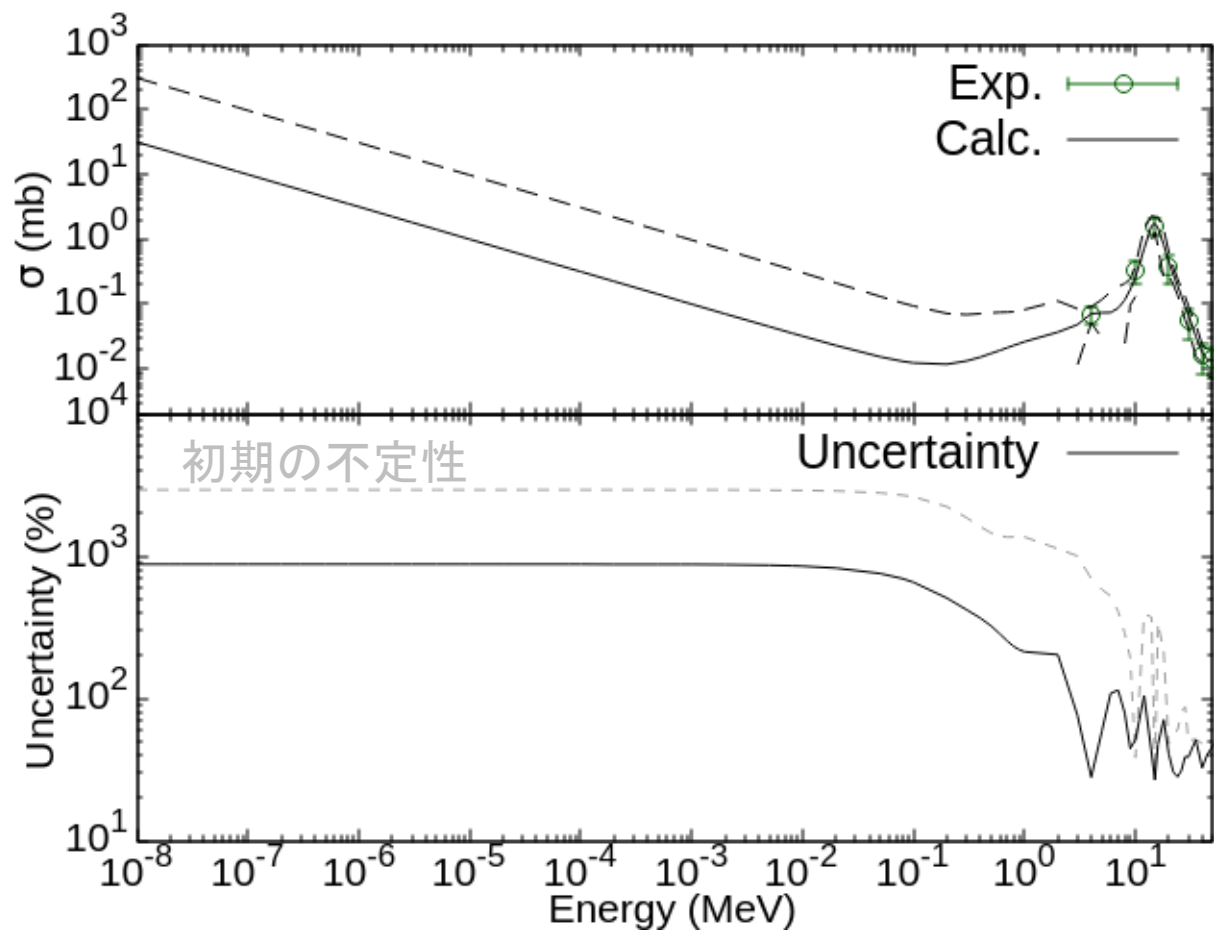
もし $E_n = 5$ MeV に新しい測定データが得られたら？

E_n	σ_{cap} mb	$\Delta\sigma_{cap}$ mb
5 MeV	0.068	0.020
10 MeV	0.340	0.14
15 MeV	1.60	0.48
20 MeV	0.390	0.19
30 MeV	0.0560	0.0280
40 MeV	0.0160	0.0080
50 MeV	0.0140	0.0700



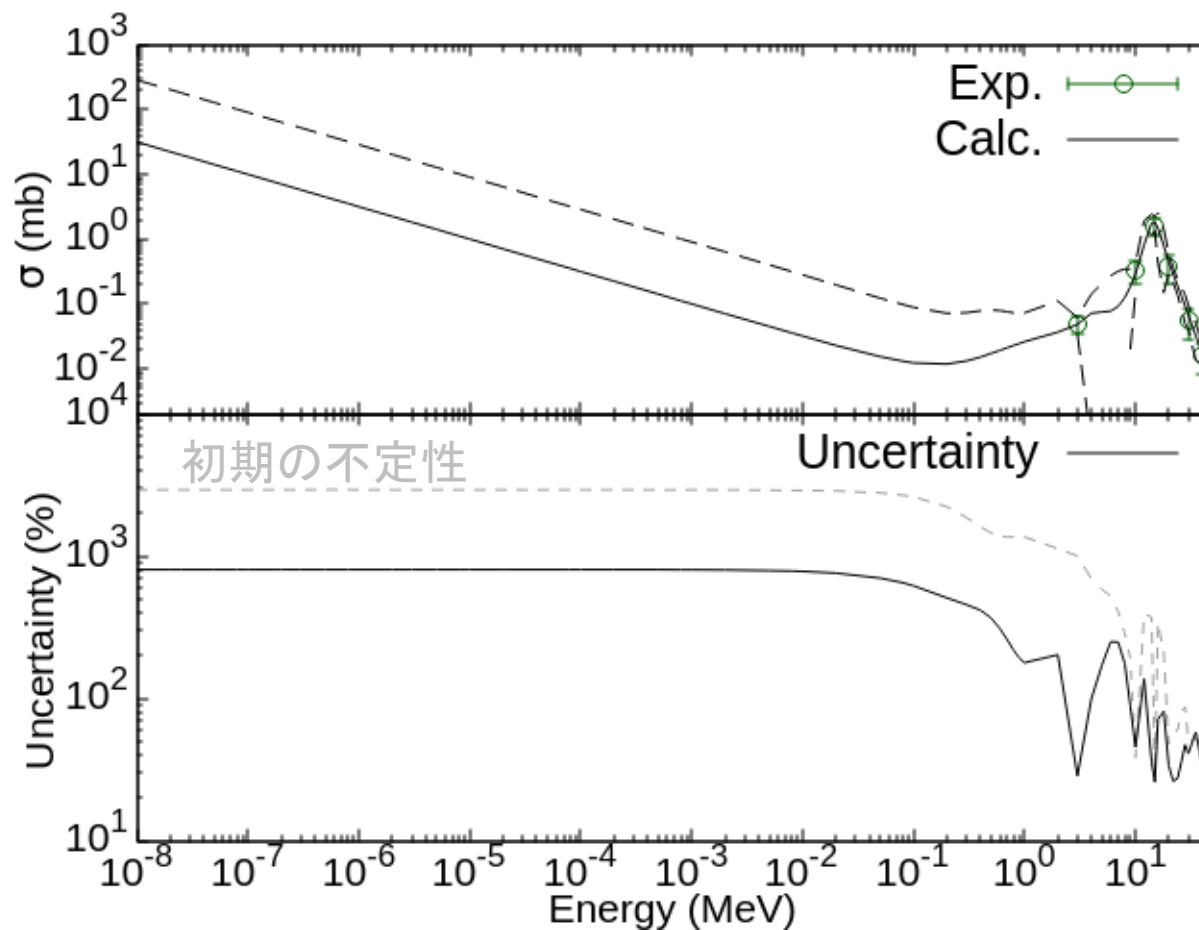
もし $E_n = 4$ MeV に新しい測定データが得られたら？

E_n	σ_{cap} mb	$\Delta\sigma_{cap}$ mb
4 MeV	0.068	0.020
10 MeV	0.340	0.14
15 MeV	1.60	0.48
20 MeV	0.390	0.19
30 MeV	0.0560	0.0280
40 MeV	0.0160	0.0080
50 MeV	0.0140	0.0700



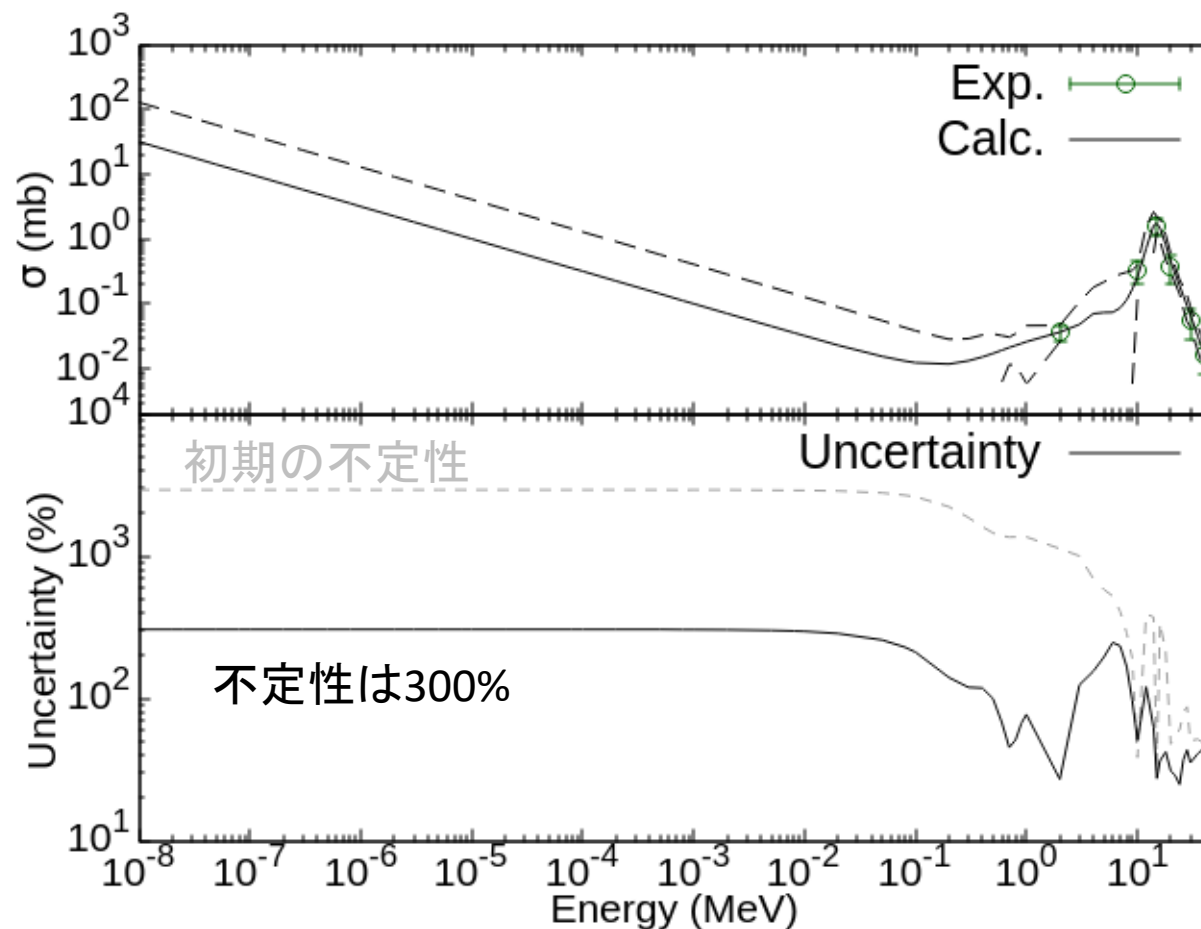
もし $E_n = 3 \text{ MeV}$ に新しい測定データが得られたら？

E_n	$\sigma_{cap} \text{ mb}$	$\Delta\sigma_{cap} \text{ mb}$
3 MeV	0.048	0.014
10 MeV	0.340	0.14
15 MeV	1.60	0.48
20 MeV	0.390	0.19
30 MeV	0.0560	0.0280
40 MeV	0.0160	0.0080
50 MeV	0.0140	0.0700



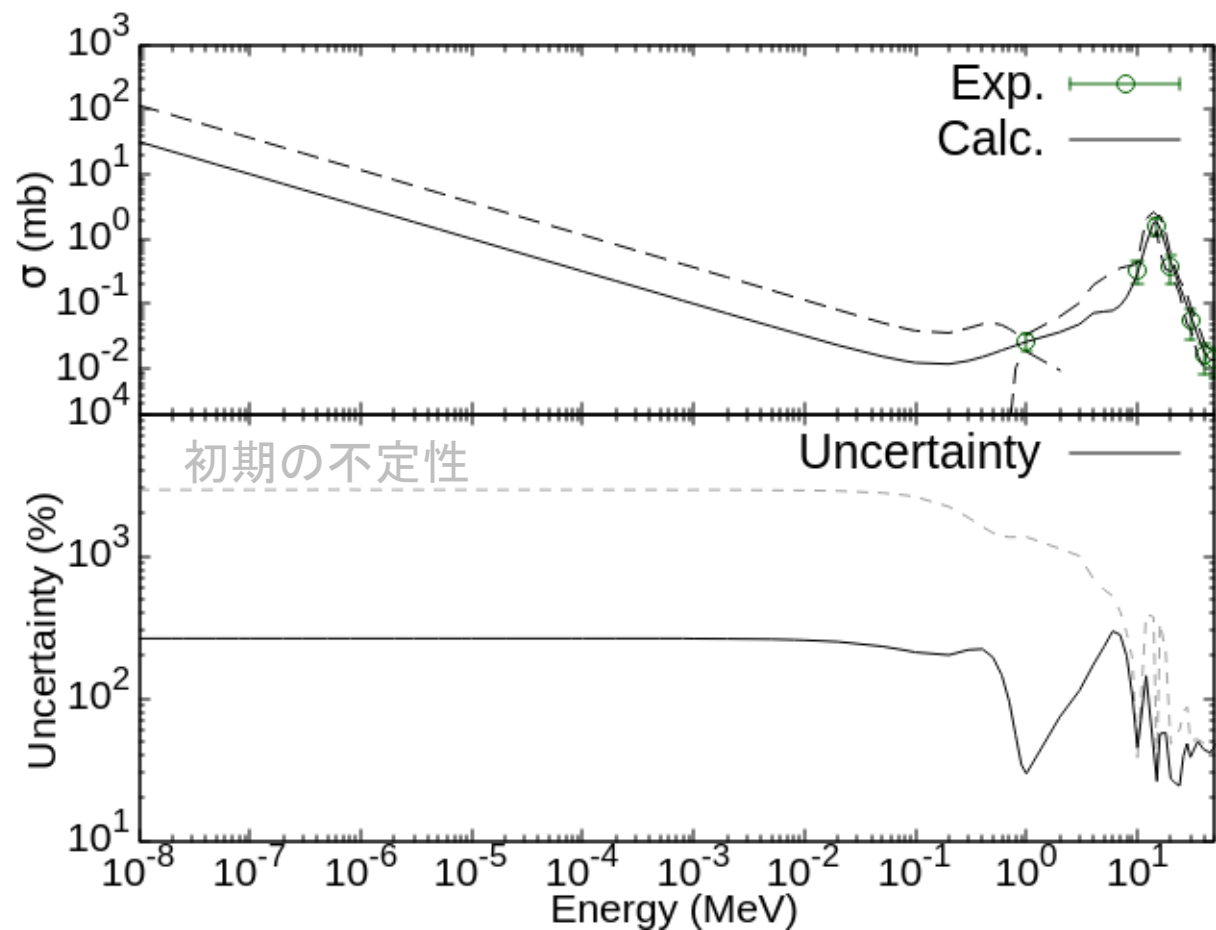
もし $E_n = 2 \text{ MeV}$ に新しい測定データが得られたら？

E_n	$\sigma_{cap} \text{ mb}$	$\Delta\sigma_{cap} \text{ mb}$
2 MeV	0.036	0.010
10 MeV	0.340	0.14
15 MeV	1.60	0.48
20 MeV	0.390	0.19
30 MeV	0.0560	0.0280
40 MeV	0.0160	0.0080
50 MeV	0.0140	0.0700



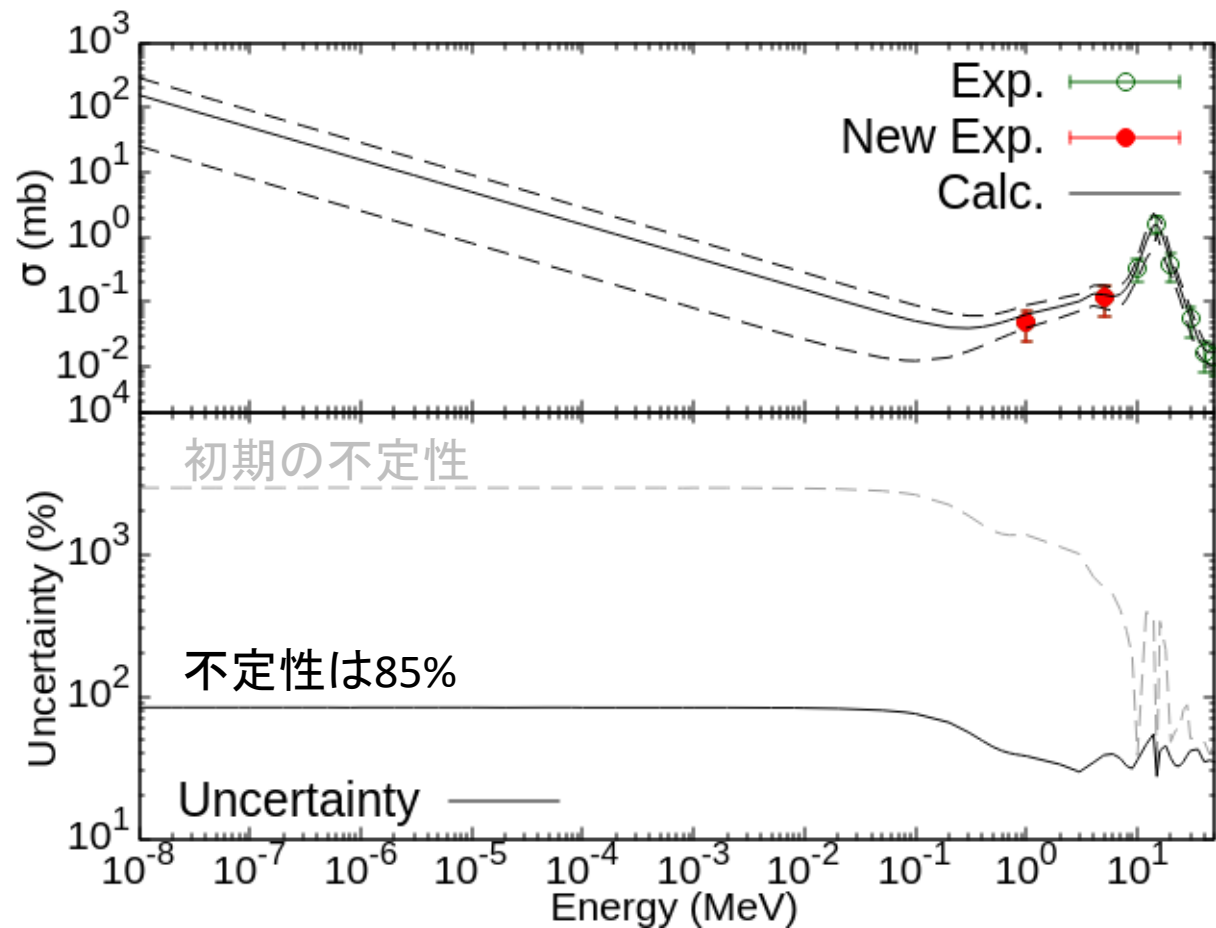
もし $E_n = 1$ MeV に新しい測定データが得られたら？

E_n	σ_{cap} mb	$\Delta\sigma_{cap}$ mb
1 MeV	0.026	0.0078
10 MeV	0.340	0.14
15 MeV	1.60	0.48
20 MeV	0.390	0.19
30 MeV	0.0560	0.0280
40 MeV	0.0160	0.0080
50 MeV	0.0140	0.0700



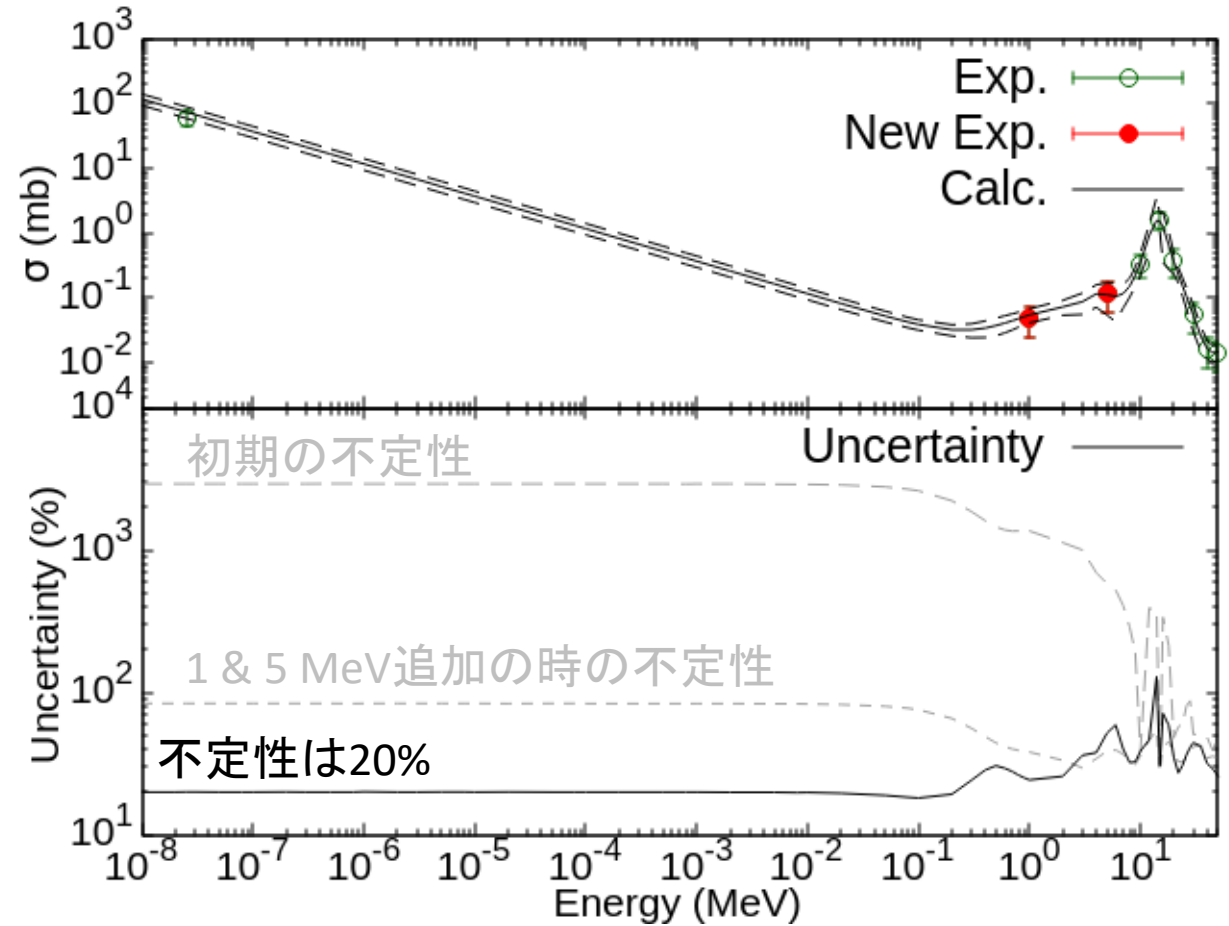
もし $E_n = 1 \text{ \& } 5 \text{ MeV}$ に新しい測定データが得られたら？

E_n	σ_{cap} mb	$\Delta\sigma_{cap}$ mb
1 MeV	0.050	0.025
5 MeV	0.120	0.060
10 MeV	0.340	0.14
15 MeV	1.60	0.48
20 MeV	0.390	0.19
30 MeV	0.0560	0.0280
40 MeV	0.0160	0.0080
50 MeV	0.0140	0.0700



もし熱中性子エネルギーに新しい測定データが得られたら？

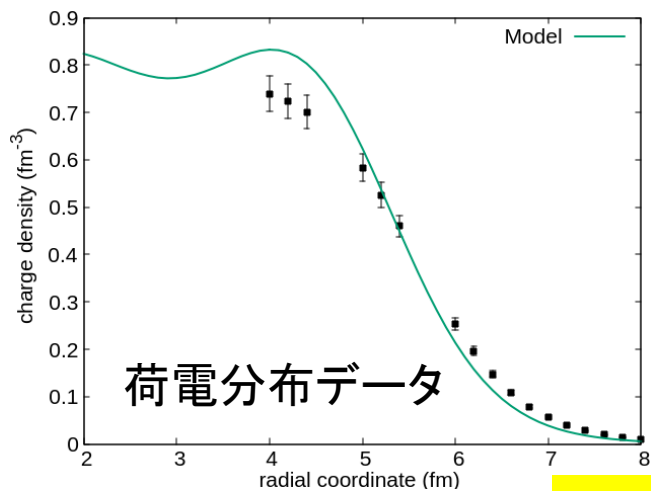
E_n	σ_{cap} mb	$\Delta\sigma_{cap}$ mb
0.0253eV	60	15
1 MeV	0.050	0.025
5 MeV	0.120	0.060
10 MeV	0.340	0.14
15 MeV	1.60	0.48
20 MeV	0.390	0.19
30 MeV	0.0560	0.0280
40 MeV	0.0160	0.0080
50 MeV	0.0140	0.0700



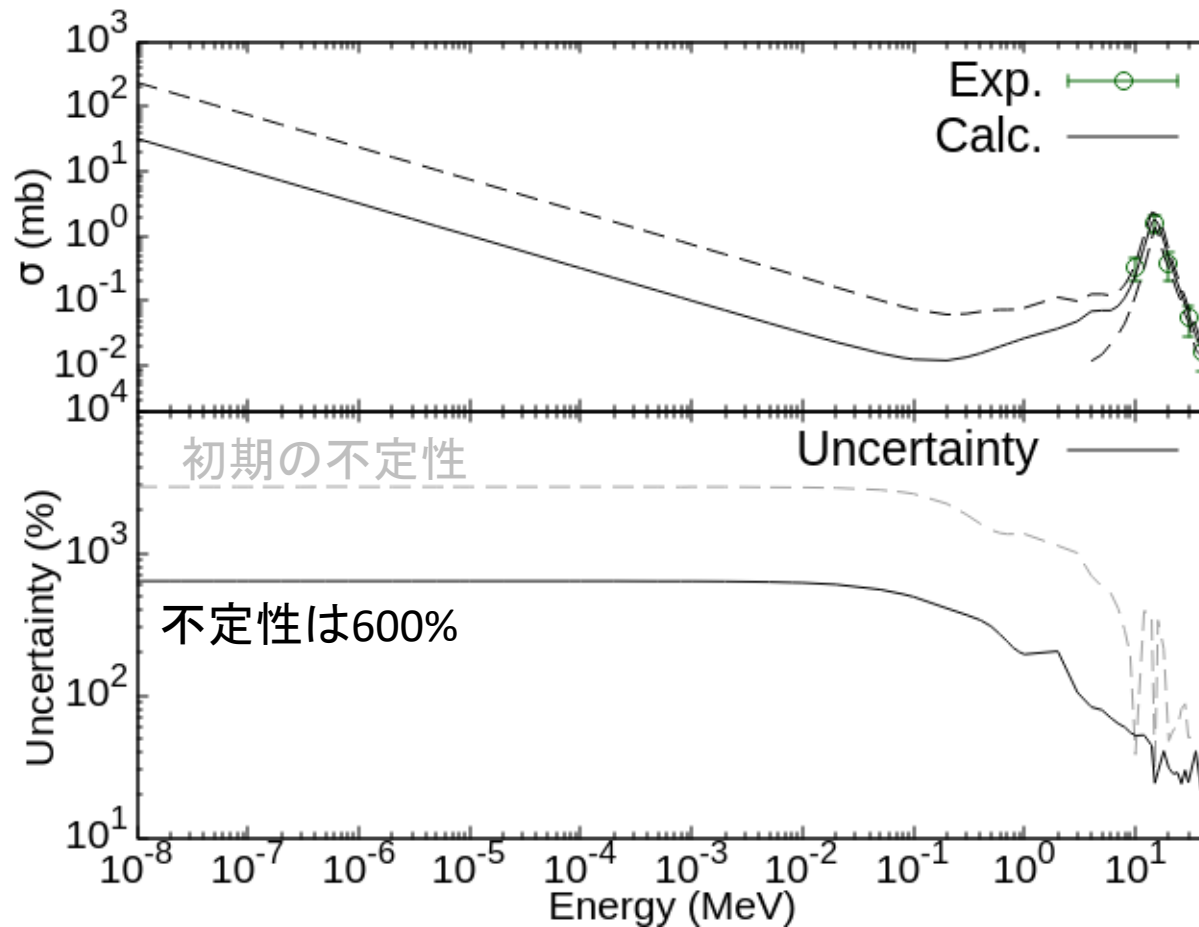
もし荷電分布の新しい測定データが得られたら？

E_n	σ_{cap} mb	$\Delta\sigma_{cap}$ mb
10 MeV	0.340	0.14
15 MeV	1.60	0.48
20 MeV	0.390	0.19
30 MeV	0.0560	0.0280
40 MeV	0.0160	0.0080
50 MeV	0.0140	0.0700

+



表面のぼやけ S. Hatakeyama, W. Horiuchi, A. Kohama, PRC97, 054607 (2018)
W. Horiuchi PTEP 2021 123D01(2021).

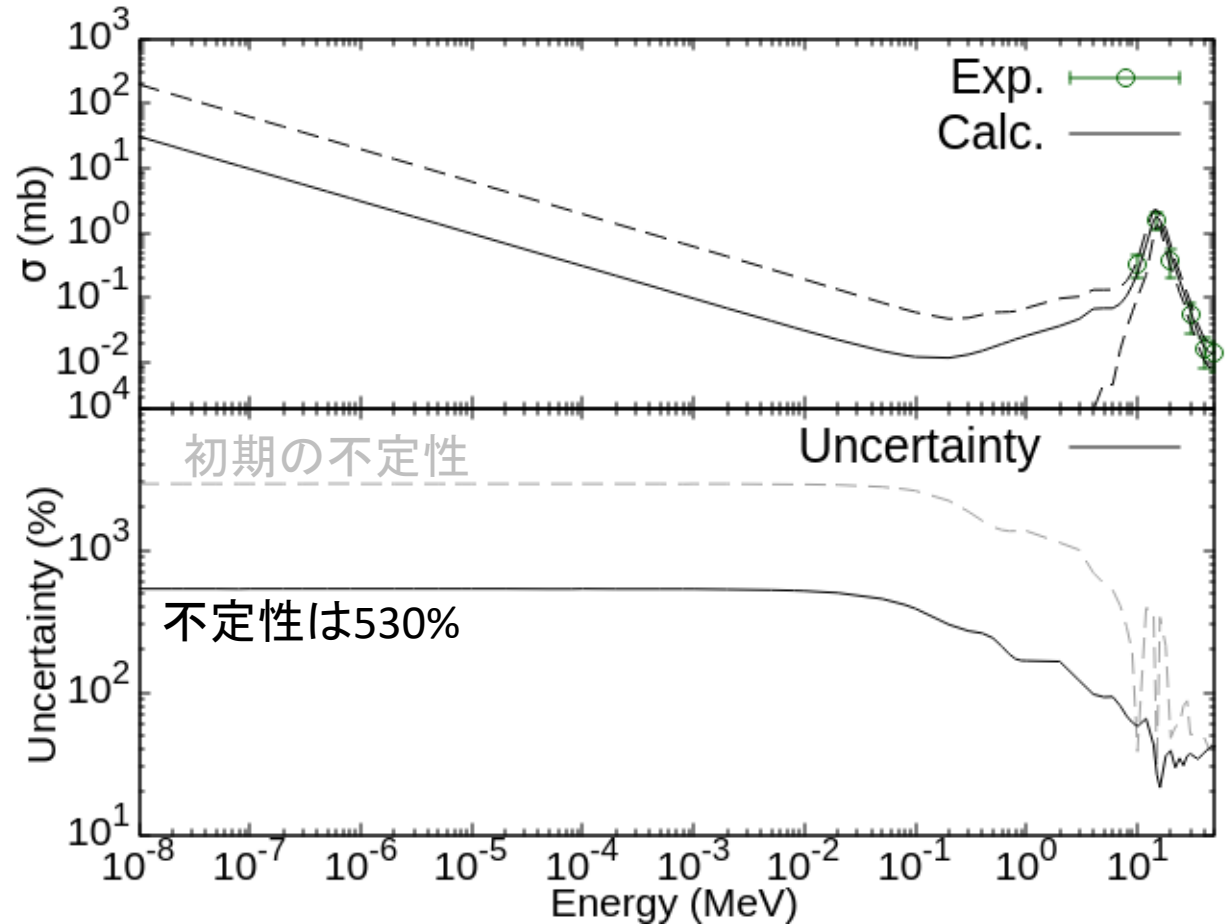


もし最初の励起エネルギーのデータが得られたら？

E_n	σ_{cap} mb	$\Delta\sigma_{cap}$ mb
10 MeV	0.340	0.14
15 MeV	1.60	0.48
20 MeV	0.390	0.19
30 MeV	0.0560	0.0280
40 MeV	0.0160	0.0080
50 MeV	0.0140	0.0700

+

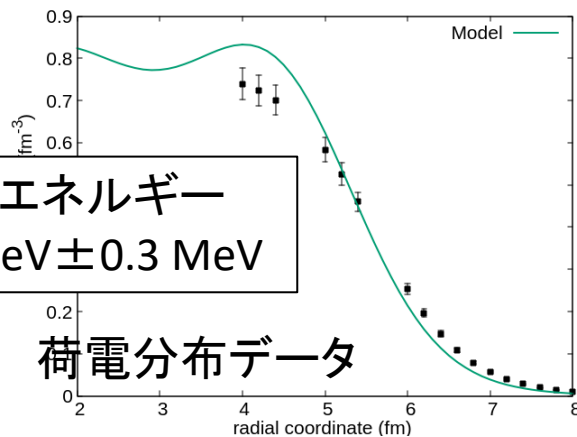
最初の励起エネルギー
実験値: $2.5 \text{ MeV} \pm 0.3 \text{ MeV}$



もし荷電分布と最初の励起エネルギーのデータが得られたら？

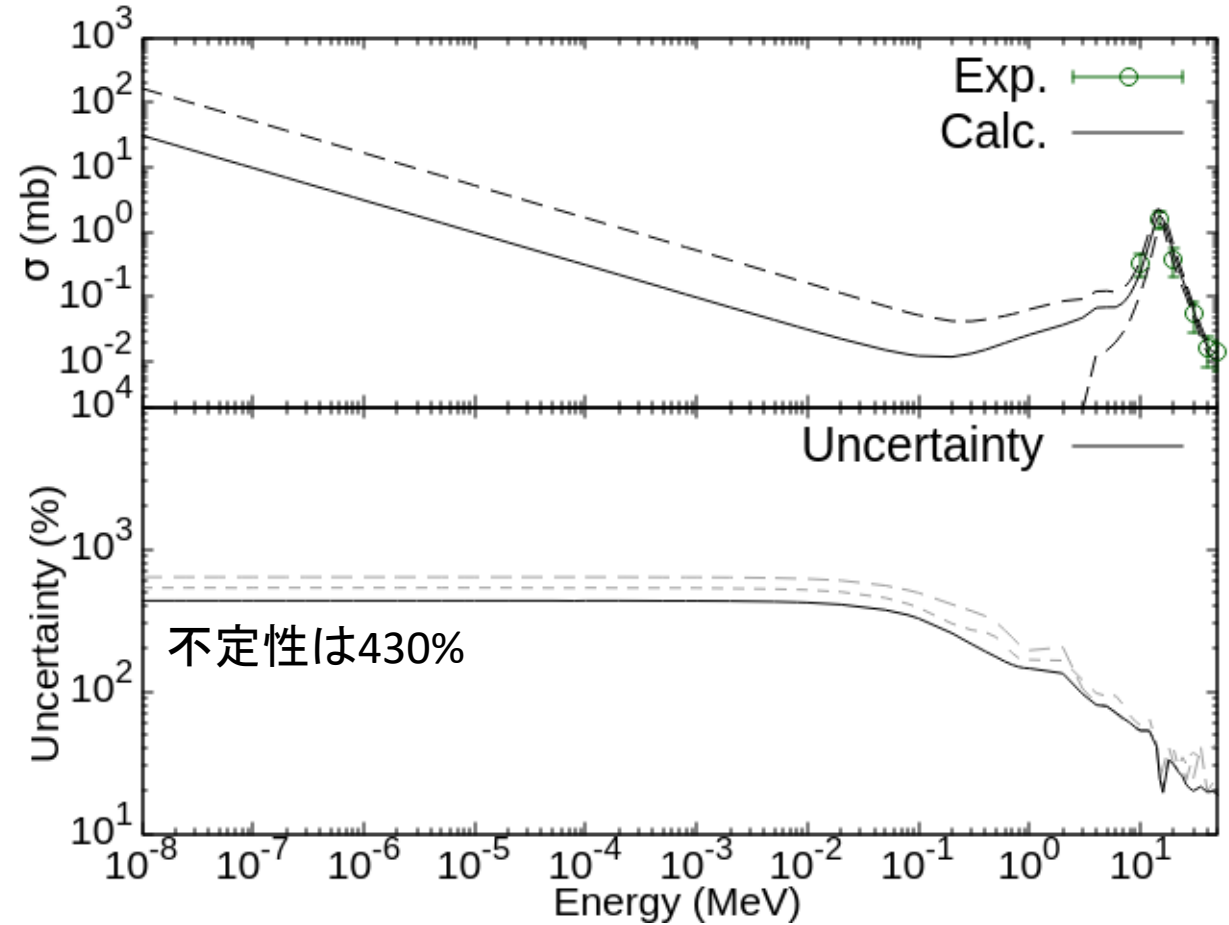
E_n	σ_{cap} mb	$\Delta\sigma_{cap}$ mb
10 MeV	0.340	0.14
15 MeV	1.60	0.48
20 MeV	0.390	0.19
30 MeV	0.0560	0.0280
40 MeV	0.0160	0.0080
50 MeV	0.0140	0.0700

+



最初の励起エネルギー
実験値: 2.5 MeV ± 0.3 MeV

荷電分布データ



まとめ

- keV 領域の中性子捕獲断面積の不定性を、MeV 領域や熱中性子・核構造などの測定結果を用いて議論
- 中性子過剰核の keV 領域を直接測定できなくても、理論モデルを通して間接的に予測値の不定性を小さくできることを例示

入手可能な不安定核種で、実験的に実証できていければおもしろい

中性子過剰核の keV 領域の断面積予測に一投を投じることができるか？